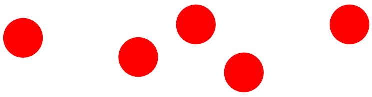
Teoria cinetica del gas ideale mono-atomico

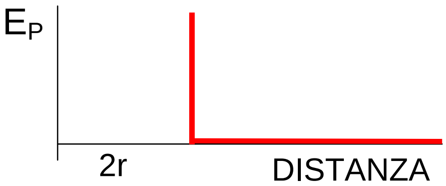
Il modello

- **Atomi = sfere rigide**
  privi di struttura ed energia interna
  indeformabili negli urti

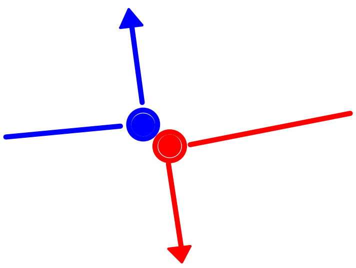


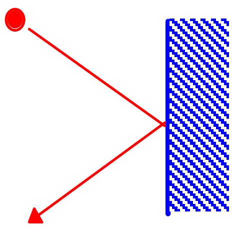
- **Movimento incessante e caotico**

- **Assenza di interazioni a distanza tra atomi**
  energia potenziale di sfera rigida

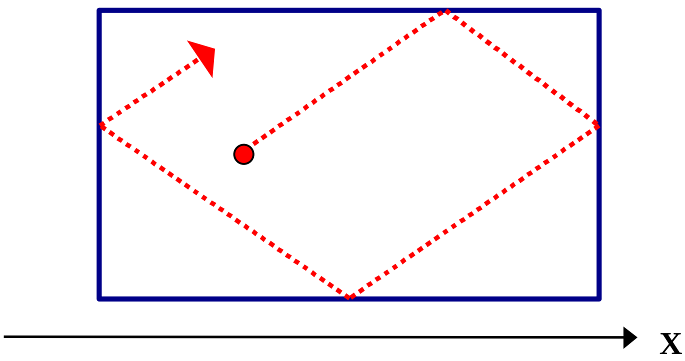


- **Urti elastici tra atomi e con le pareti**





Moto di 1 molecola

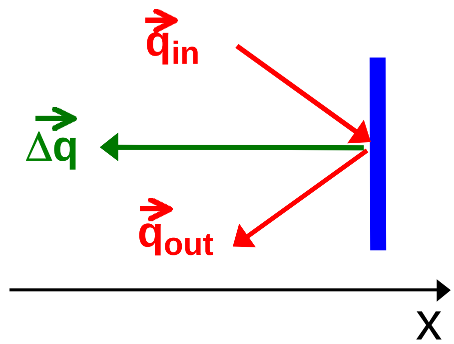


$$\vec{q} = m\vec{v}$$

$$q_x = mv_x$$

Esempio: N2 @ 300 K, 1 bar: m=4.6 x 10^{-26} Kg, <v>=500 m/s

Urto elastico con la parete



$\Delta q_x = -2mv_x =$ **impulso subìto dalla molecola**

$-\Delta q_x = 2mv_x =$ **impulso subìto dalla parete = J**

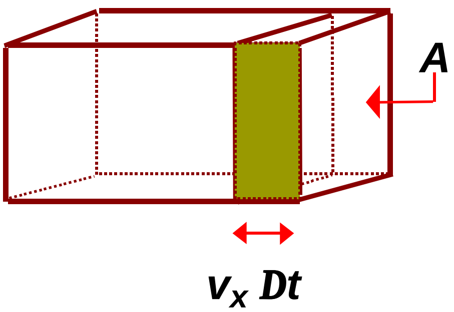
→ **Impulsi discreti nel tempo**

N molecole

N grande:sovrapposizione di impulsi
effetto omogeneo e continuo

→ **PRESSIONE = effetto medio degli urti**

$$P = \frac{F}{A} = \frac{J_{\Delta t}}{\Delta t \cdot A} = \frac{N_{urti} \cdot J_1}{\Delta t \cdot A} = \boxed{\frac{N_{urti}}{\Delta t}}\,\frac{2mv_x}{A}$$



$$\boxed{\frac{N_{urti}}{\Delta t}} = \frac{1}{\Delta t}\,\underbrace{\boxed{\frac{v_x\, \Delta t\, A}{V}}}_{\text{fraz. di volume di spessore } v_x \Delta t}\,\underbrace{\boxed{\frac{N}{2}}}_{\text{molecole con } v_x > 0}$$

Ipotesi = tutte le molecole hanno la stessa velocità.

$$\boxed{P = \frac{N}{V}\, m\, v_x^2}$$

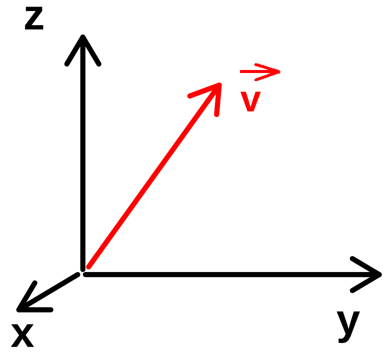
Media sulle velocità → pressione

Le molecole non hanno tutte la stessa velocità !

- **Valori medi**

$$v_x^2 \quad \rightarrow \quad \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_i v_{x,i}^2$$

- **Isotropia**



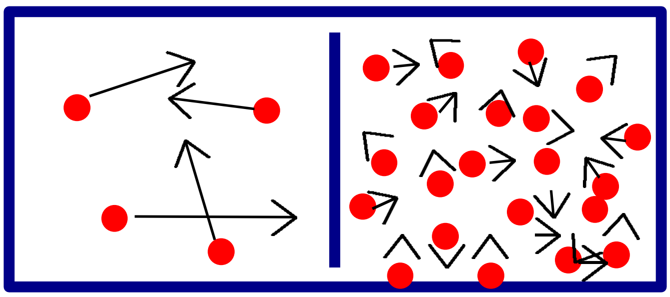
$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

- **Pressione**

$$\boxed{P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle E_k \rangle}$$

Pressione = (densità) x (energia cinetica media)

- **Equilibrio meccanico**



$$P_1 = P_2$$

$$\frac{N_1}{V} \langle E_{k,1} \rangle = \frac{N_2}{V} \langle E_{k,2} \rangle$$

Temperatura

- **Equazione di stato del gas ideale**

macro

$$\boxed{pV = nRT}$$

n = n.o di moli = N/N_A
R = 8.31 J/K/mol
T in kelvin

micro

$$\boxed{pV = \frac{2}{3} N \langle E_k \rangle}$$

- **La costante di Boltzmann**

$k_B = R/N_A$ = 1.380658x10^{-23} J/K [± 8.5 ppm]

$$\boxed{pV \quad = \quad N\, k_B\, T \quad = \quad \frac{2}{3} N \langle E_k \rangle}$$

- **Temperatura ed energia cinetica media**

$$\boxed{\langle E_k \rangle \quad = \quad \frac{3}{2} k_B\, T}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B\, T}$$

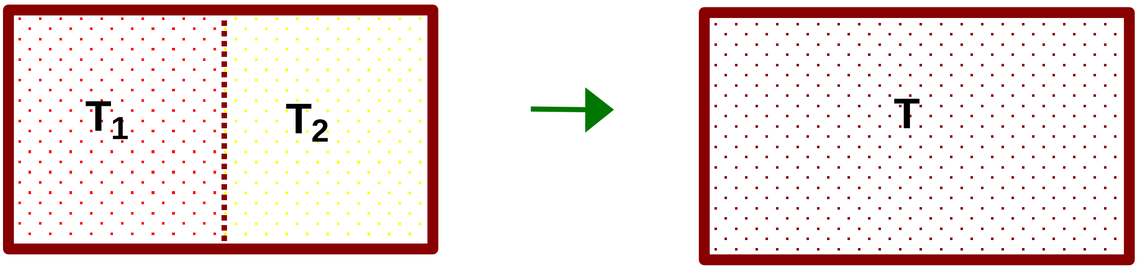
$$\boxed{\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B\, T}$$

- **Equilibrio termico**

$$\boxed{T_1 = T_2 \quad \longrightarrow \quad \langle E_{k,1} \rangle \quad = \quad \langle E_{k,2} \rangle}$$

Equilibrio termico
aspetti microscopici

- **Mescolamento di aria calda e fredda**



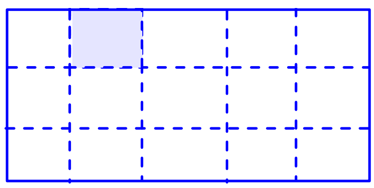
non equilibrio   equilibrio

Urti tra atomi del gas:

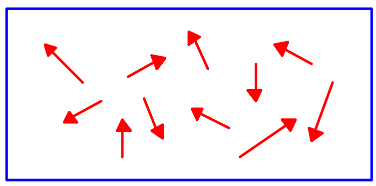
scambi di energia a livello microscopico

→ **equalizzazione di <E_k> tra i due gas**

- **Proprietà microscopiche all'equilibrio**
  (in assenza di forze esterne)

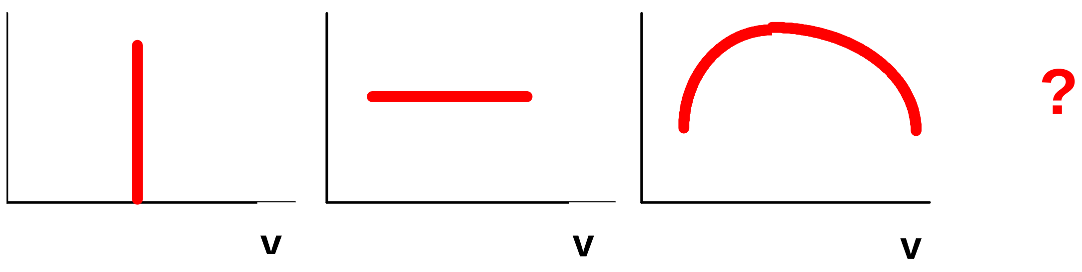


qualsiasi parte macroscopica ha
uguale densità
uguale valore di <E_k>



isotropia della velocità

distribuzione delle velocità ?



Facciamo il punto ...

- **Risultati della teoria cinetica**

  Pressione

  Energia interna $U = \sum E_{k,i} = N \langle E_k \rangle$

  Temperatura $T \propto \langle E_k \rangle$

  Equilibrio termodinamico

- **Cosa manca ?**

  Distribuzione delle velocità

  Entropia

- **Limiti del modello**

  Atomi = sfere rigide, $E_{str}=0$

  gas molecolari ? *U ? T ?*

  Assenza di interazioni a distanza, $E_p(i,j) = 0$

  gas reali ? *U ? T ?*

  stati condensati ? *U ? T ?*

  Urti elastici tra atomi, $E_{str}=0$

  struttura interna degli atomi ? *U ? T ?*

  Urti elastici con le pareti

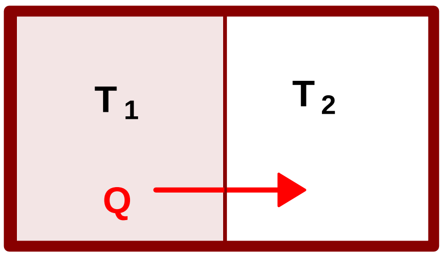
  all'equilibrio: situazione media

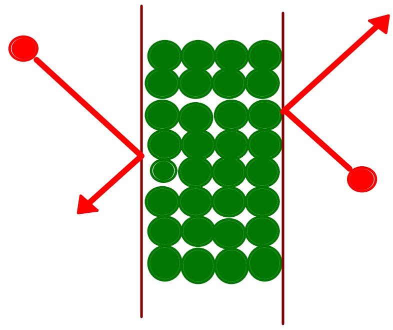
  fuori equilibrio: scambi di energia

  ➔ calore e lavoro

Calore e lavoro

- **Calore**



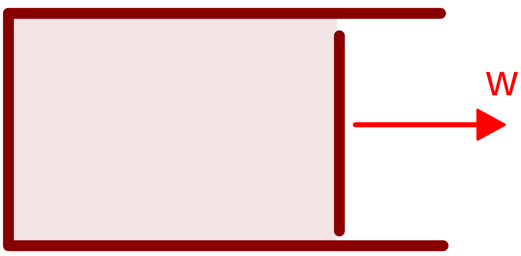


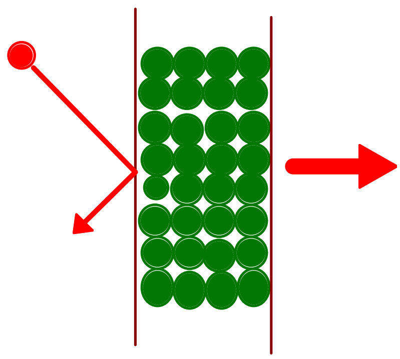
GAS	PARETE	GAS
moto atomico traslazionale caotico	moto atomico vibrazionale caotico	moto atomico traslazionale caotico

urti atomici

urti atomici

- **Lavoro**





GAS	PISTONE
moto atomico traslazionale caotico	moto macroscopico traslazionale

urti atomici