

Biomatematica A/A 2008/09

Programma dettagliato e regole per l'esame

- Modelli
 - Crescita di popolazioni isolate:
 - Modelli di Malthus e Verhulst;
 - Modello logistico generalizzato;
 - Effetto Allee;
 - Modelli di prelievo di una risorsa rinnovabile;
 - Cenni di modellizzazione tramite un processo stocastico di nascita-e-morte.
 - Modelli preda-predatore:
 - Modello di Volterra
 - Modello con preda con crescita logistica;
 - Risposta funzionale: il modello di Rosenzweig-MacArthur; soluzioni periodiche e biforcazione di Hopf¹;
 - Costruzione della risposta funzionale di Holling tramite il tempo di handling di una preda;
 - Effetto della pesca (o caccia): principio di Volterra
 - Il chemostato:
 - Modellizzazione della crescita di una specie nel chemostato;
 - Riduzione ad un'equazione singola.
 - Competizione fra specie:
 - Il modello classico di Volterra: l'esclusione competitiva;
 - I modelli di Lotka-Volterra: i possibili comportamenti;
 - Definizione di sistemi cooperativi e competitivi; dimostrazione della monotonia asintotica in 2 dimensioni;
 - Competizione per 1 risorsa non rinnovabile¹;
 - Competizione nel chemostato.
 - Modelli con più specie e livelli trofici:
 - Cenni di alcuni casi interessanti: 2 predatori e 1 preda; 1 predatore e 2 prede; 3 livelli trofici.
 - Modelli di crescita di popolazione a tempi discreti:
 - Il modello logistico e di Ricker: equilibri, soluzioni periodiche, caos;
 - Modelli con classi di età; il caso lineare e cenni a possibili estensioni².
 - Trasmissione dell'impulso nervoso²:
 - cenni sul background biofisico;
 - il modello di FitzHugh-Nagumo e una sua analisi euristica.
- Teoria matematica
 - Richiami sulle equazioni differenziali ordinarie:
 - Stabilità linearizzata; varietà stabile e instabile; insiemi ω -limite; funzioni di Liapunov ed applicazioni.
 - La teoria di Poincaré-Bendixson. Criteri di Bendixson e Dulac.
 - Cenni di teoria della biforcazione.
 - Mappe discrete:
 - Equilibri, soluzioni periodiche, stabilità.

Per l'esame è necessario:

- avere svolto e consegnato gli esercizi assegnati durante il corso e reperibili sulla mia pagina Web;
- conoscere i risultati teorici utilizzati nel corso e riassunti sopra;
- conoscere i modelli studiati nel corso, comprendendo i corrispondenti problemi ed ipotesi biologiche, i risultati ottenuti ed i passi principali delle dimostrazioni (con le eccezioni sotto);
- conoscere nel dettaglio una delle due dimostrazioni marcate con ¹;
- conoscere uno dei due argomenti marcate con ².