

SETTIMANA 2

1. Senza perdita di generalità, consideriamo come primitivi solo i connettivi \wedge, \vee, \neg e \perp .
 - (a) Sia α_d ottenuta da α sostituendo ogni formula atomica con la sua negazione e scambiando \wedge con \vee . Provare che $\alpha \approx \neg\alpha_d$.
Suggerimento: dare una definizione ricorsiva di α_d , poi dimostrare l'asserto per induzione su α .
 - (b) usando il punto precedente e sapendo che $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \approx (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ per ogni α, β, γ dedurre che $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \approx (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$ per ogni α, β, γ .
2. Esercizi 1 (a)(e)(f)(g)(h) pag. 20; 2, 3, 4, 5, 14, 15 pagg. 27–29; 1, 5, 8 pag 40 in van Dalen, *Logic and Structure*, 4a ed.

Gli esercizi seguenti sono facoltativi.

3. Ad Adrea, Barbara e Carlo viene chiesta la facoltà universitaria a cui intendono iscriversi dopo aver conseguito il diploma di scuola superiore. Ecco le loro risposte (si suppone che tutti e tre dicano la verità):
 Andrea: se almeno uno fra Barbara e Carlo non sceglierà Ingegneria, io la sceglierò.
 Barbara: Carlo sceglierà Ingegneria solo ed esclusivamente nel caso in cui io non la scelga.
 Carlo: almeno uno di noi tre non sceglierà Ingegneria.
 Mettendo insieme le tre risposte, di chi fra Andrea, Barbara e Carlo si può dire con certezza che si iscriverà ad Ingegneria?
4. A Dicotomia la popolazione è divisa in Veri (che dicono sempre la verità) e Falsi (che mentono sempre). Tutto quanto segue avviene a Dicotomia, mentre il signor Censo intervista la popolazione.
 - (a) Il signor Censo chiede ai coniugi Bianchi chi sia dei Veri e chi no tra loro. La signora Bianchi non risponde, mentre il marito dice: “Mia moglie ed io apparteniamo entrambi ai Falsi.”
 Qual è realmente la situazione?
Suggerimento: Il signor Bianchi appartiene ai Veri se e soltanto se l'affermazione che egli ha fatto è vera.

- (b) È ora la volta dei coniugi Gialli. L'unica risposta viene dalla moglie: "Se io appartengo ai Veri allora anche mio marito ."
- Il signor Censo è in grado di completare il suo questionario dopo questa risposta?
- (c) Il signor Censo ritorna ad intervistare i Gialli per sapere se hanno figli e quanti. La signora Gialli dice: "Se mio marito appartiene ai Veri allora abbiamo figli", mentre il signor Gialli risponde "Se mia moglie appartiene ai Falsi, allora non abbiamo figli."
- Cosa scriverà il signor Censo nel suo questionario?
- (d) Qual è la situazione se, al punto precedente, la risposta della moglie fosse stata "Se mio marito appartiene ai Veri allora non abbiamo figli"?
- (e) L'ultima famiglia intervistata sono i Pois. Il marito dice: "Se io sono dei Veri e mia moglie è dei Falsi, allora abbiamo figli". La moglie replica "Quanto dice mio marito è falso".
- Il signor Censo è convinto che i Pois abbiano figli. Corretto?