
Cappelli rossi, cappelli blu, e codici a correzione d'errore

Andrea Caranti

<http://www-math.science.unitn.it/~caranti/>

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

Una squadra di tre giocatori affronta un gioco.

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

Una squadra di tre giocatori affronta un gioco. (Più avanti avremo squadre di 7 giocatori.)

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

Una squadra di tre giocatori affronta un gioco. (Più avanti avremo squadre di 7 giocatori.)

I giocatori entrano in una stanza. Mentre entrano, a ognuno viene messo in testa un **cappello rosso** o un **cappello blu**.

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

Una squadra di tre giocatori affronta un gioco. (Più avanti avremo squadre di 7 giocatori.)

I giocatori entrano in una stanza. Mentre entrano, a ognuno viene messo in testa un **cappello rosso** o un **cappello blu**.

C'è a disposizione una provvista illimitata di cappelli dei due colori; ogni cappello viene scelto in modo casuale, e indipendente dalla scelta degli altri cappelli.

The New York Times

Dal New York Times del 10 aprile 2001.

Una squadra di tre giocatori affronta un gioco. (Più avanti avremo squadre di 7 giocatori.)

I giocatori entrano in una stanza. Mentre entrano, a ognuno viene messo in testa un **cappello rosso** o un **cappello blu**.

C'è a disposizione una provvista illimitata di cappelli dei due colori; ogni cappello viene scelto in modo casuale, e indipendente dalla scelta degli altri cappelli.

Nella stanza i giocatori si siedono in circolo. Ognuno vede i cappelli degli altri giocatori, ma non il proprio.

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

La squadra vince se

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

La squadra vince se

- *almeno* un giocatore ha *indovinato* il colore del proprio cappello, e

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

La squadra vince se

- *almeno* un giocatore ha *indovinato* il colore del proprio cappello, e
- *nessun* giocatore ha *sbagliato* il colore del proprio cappello.

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

La squadra vince se

- *almeno* un giocatore ha *indovinato* il colore del proprio cappello, e
- *nessun* giocatore ha *sbagliato* il colore del proprio cappello.

Non si può parlare

Il colore del cappello

Dopo un periodo di riflessione, a un segnale i giocatori devono dire contemporaneamente

- o un colore (**rosso** o **blu**) con l'intenzione di indovinare il colore del proprio cappello;
- o **passo** (ovvero non dire nulla).

La squadra vince se

- *almeno* un giocatore ha *indovinato* il colore del proprio cappello, e
- *nessun* giocatore ha *sbagliato* il colore del proprio cappello.

Non si può parlare, ma *prima di entrare nella stanza* ci si può mettere d'accordo sulla *strategia* da seguire.

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre: non c'è nessun modo di sapere con certezza quale è il colore del proprio cappello.

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre: non c'è nessun modo di sapere con certezza quale è il colore del proprio cappello.

Si deve quindi trovare una strategia che permetta di rendere massima la *probabilità* di vincere.

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre: non c'è nessun modo di sapere con certezza quale è il colore del proprio cappello.

Si deve quindi trovare una strategia che permetta di rendere massima la *probabilità* di vincere.

C'è sempre una strategia che permette di vincere *una volta su due*.

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre: non c'è nessun modo di sapere con certezza quale è il colore del proprio cappello.

Si deve quindi trovare una strategia che permetta di rendere massima la *probabilità* di vincere.

C'è sempre una strategia che permette di vincere *una volta su due*.

Basta mettersi d'accordo, prima di entrare nella stanza, che dicano “passo” tutti, tranne uno dei giocatori, che dice un **colore** a sua scelta.

Non sempre si può vincere

Non si può vincere sempre: non c'è nessun modo di sapere con certezza quale è il colore del proprio cappello.

Si deve quindi trovare una strategia che permetta di rendere massima la *probabilità* di vincere.

C'è sempre una strategia che permette di vincere *una volta su due*.

Basta mettersi d'accordo, prima di entrare nella stanza, che dicano “passo” tutti, tranne uno dei giocatori, che dice un **colore** a sua scelta. Indovinerà la metà delle volte.

Una strategia migliore, ma...

C'è una strategia migliore.

Una strategia migliore, ma...

C'è una strategia migliore.

Se un giocatore vede due cappelli di colore *diverso*, passa.

Una strategia migliore, ma...

C'è una strategia migliore.

Se un giocatore vede due cappelli di colore *diverso*, passa.

Se un giocatore vede due cappelli dello *stesso* colore (per esempio blu), dice l'*altro* colore (in questo caso "rosso").

Una strategia migliore, ma...

C'è una strategia migliore.

Se un giocatore vede due cappelli di colore *diverso*, passa.

Se un giocatore vede due cappelli dello *stesso* colore (per esempio blu), dice l'*altro* colore (in questo caso "rosso").

La ragione è che **se gli altri due cappelli sono entrambi blu, è più probabile che il mio cappello sia rosso...**

Una strategia migliore, ma...

C'è una strategia migliore.

Se un giocatore vede due cappelli di colore *diverso*, passa.

Se un giocatore vede due cappelli dello *stesso* colore (per esempio blu), dice l'*altro* colore (in questo caso "rosso").

La ragione è che **se gli altri due cappelli sono entrambi blu, è più probabile che il mio cappello sia rosso...**

... o no?

Scommettiamo?

La strategia *funziona*

Scommettiamo?

La strategia *funziona*, ma la *spiegazione* è sbagliata.

Scommettiamo?

La strategia *funziona*, ma la *spiegazione* è sbagliata.

Il colore di due cappelli non influenza il colore del terzo

Scommettiamo?

La strategia *funziona*, ma la *spiegazione* è sbagliata.

Il colore di due cappelli non influenza il colore del terzo:
ogni cappello è stato scelto *indipendentemente* dagli altri.

Scommettiamo?

La strategia *funziona*, ma la *spiegazione* è sbagliata.

Il colore di due cappelli non influenza il colore del terzo: ogni cappello è stato scelto *indipendentemente* dagli altri.

Ma *per quali possibili distribuzioni di cappelli* si vince?

Scommettiamo?

La strategia *funziona*, ma la *spiegazione* è sbagliata.

Il colore di due cappelli non influenza il colore del terzo: ogni cappello è stato scelto *indipendentemente* dagli altri.

Ma *per quali possibili distribuzioni di cappelli* si vince?

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

RBR

RRB

RRR

Blu, blu, blu

Con la nostra strategia stiamo scommettendo su

Blu, blu, blu

Con la nostra strategia stiamo scommettendo sul fatto che i cappelli *non siano tutti e tre dello stesso colore.*

Blu, blu, blu

Con la nostra strategia stiamo scommettendo sul fatto che i capelli *non siano tutti e tre dello stesso colore*.

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

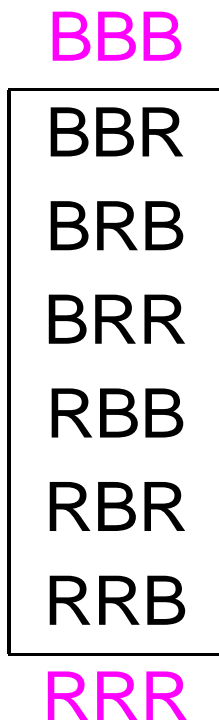
RBR

RRB

RRR

Blu, blu, blu

Con la nostra strategia stiamo scommettendo sul fatto che i cappelli *non siano tutti e tre dello stesso colore*.



Se i cappelli sono tutti dello stesso colore (per esempio blu), tutti e tre i giocatori daranno la stessa risposta sbagliata (“rosso”).

Blu, blu, rosso

Ma succede se i cappelli sono due di un colore e uno di un altro

Blu, blu, rosso

Ma succede se i cappelli sono due di un colore e uno di un altro (per esempio “blu, blu, rosso”, *in qualsiasi ordine*):

Blu, blu, rosso

Ma succede se i cappelli sono due di un colore e uno di un altro (per esempio “blu, blu, rosso”, *in qualsiasi ordine*):

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

RBR

RRB

RRR

Blu, blu, rosso

Ma succede se i cappelli sono due di un colore e uno di un altro (per esempio “blu, blu, rosso”, *in qualsiasi ordine*):

BBB
BBR
BRB
BRR
RBB
RBR
RRB
RRR

I due giocatori che vedono due cappelli di colore diverso passeranno

Blu, blu, rosso

Ma succede se i cappelli sono due di un colore e uno di un altro (per esempio “blu, blu, rosso”, *in qualsiasi ordine*):

BBB
BBR
BRB
BRR
RBB
RBR
RRB
RRR

I due giocatori che vedono due cappelli di colore diverso passeranno, mentre quello che li vede eguali (“blu, blu”) darà la risposta giusta (“rosso”).

Vittoria!

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

RBR

RRB

RRR

Vittoria!

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

RBR

RRB

RRR

Le distribuzioni con tre cappelli dello stesso colore sono solo 2 su 8.

Vittoria!

BBB

BBR

BRB

BRR

RBB

RBR

RRB

RRR

Le distribuzioni con tre cappelli dello stesso colore sono solo 2 su 8.

Dunque si vince in 6 casi su 8

Vittoria!

BBB
BBR
BRB
BRR
RBB
RBR
RRB
RRR

Le distribuzioni con tre cappelli dello stesso colore sono solo 2 su 8.

Dunque si vince in 6 casi su 8, cioè con probabilità $\frac{3}{4}$ (75%).

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Il problema è trasmettere correttamente dei dati attraverso un canale disturbato.

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Il problema è trasmettere correttamente dei dati attraverso un canale disturbato. Ad esempio:

- un satellite trasmette a terra le foto di Marte — la trasmissione attraverso lo spazio è sottoposta a ogni genere di interferenze;

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Il problema è trasmettere correttamente dei dati attraverso un canale disturbato. Ad esempio:

- un satellite trasmette a terra le foto di Marte — la trasmissione attraverso lo spazio è sottoposta a ogni genere di interferenze;
- due telefoni cellulari si parlano — anche qui la trasmissione sarà disturbata;

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Il problema è trasmettere correttamente dei dati attraverso un canale disturbato. Ad esempio:

- un satellite trasmette a terra le foto di Marte — la trasmissione attraverso lo spazio è sottoposta a ogni genere di interferenze;
- due telefoni cellulari si parlano — anche qui la trasmissione sarà disturbata;
- un lettore CD legge un disco che contiene normalmente moltissimi errori di scrittura.

Codici a correzione d'errore

Il gioco illustrato è legato a uno strumento essenziale nel campo delle comunicazioni digitali, i *codici a correzione d'errore*.

Il problema è trasmettere correttamente dei dati attraverso un canale disturbato. Ad esempio:

- un satellite trasmette a terra le foto di Marte — la trasmissione attraverso lo spazio è sottoposta a ogni genere di interferenze;
- due telefoni cellulari si parlano — anche qui la trasmissione sarà disturbata;
- un lettore CD legge un disco che contiene normalmente moltissimi errori di scrittura.

Come fare a neutralizzare gli effetti degli errori introdotti?

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri che sarebbero *ridondanti*

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri che sarebbero *ridondanti*, ma che permettono di *rivelare* o magari di *correggere* uno o più errori.

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri che sarebbero *ridondanti*, ma che permettono di *rivelare* o magari di *correggere* uno o più errori.

Esempi: il codice fiscale

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri che sarebbero *ridondanti*, ma che permettono di *rivelare* o magari di *correggere* uno o più errori.

Esempi: il codice fiscale, il codice BBAN

Ridondanza

Se non c'è *ridondanza*, può essere difficile o impossibile correggere un errore di trasmissione.

Ai dati da trasmettere ne vengono aggiunti altri che sarebbero *ridondanti*, ma che permettono di *rivelare* o magari di *correggere* uno o più errori.

Esempi: il codice fiscale, il codice BBAN, il codice ISBN.

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

La Y finale è una lettera che si ottiene come funzione di tutte le precedenti, secondo regole complicate.

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

La Y finale è una lettera che si ottiene come funzione di tutte le precedenti, secondo regole complicate.

Se mi chiamassi “Canarti” invece di “Caranti”, il mio codice fiscale sarebbe

CNR NDR 52E02 H501I

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

La Y finale è una lettera che si ottiene come funzione di tutte le precedenti, secondo regole complicate.

Se mi chiamassi “Canarti” invece di “Caranti”, il mio codice fiscale sarebbe

CNR NDR 52E02 H501I

Se quindi scrivendo il codice mi sbaglio e scrivo

CNR NDR 52E02 H501Y

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

La Y finale è una lettera che si ottiene come funzione di tutte le precedenti, secondo regole complicate.

Se mi chiamassi “Canarti” invece di “Caranti”, il mio codice fiscale sarebbe

CNR NDR 52E02 H501I

Se quindi scrivendo il codice mi sbaglio e scrivo

CNR NDR 52E02 H501Y

l'errore può essere rivelato!

Il codice fiscale

Il mio codice fiscale è

CRN NDR 52E02 H501Y

La Y finale è una lettera che si ottiene come funzione di tutte le precedenti, secondo regole complicate.

Se mi chiamassi “Canarti” invece di “Caranti”, il mio codice fiscale sarebbe

CNR NDR 52E02 H501I

Se quindi scrivendo il codice mi sbaglio e scrivo

CNR NDR 52E02 H501Y

l'errore può essere rivelato!

Notate che lo scambio di due lettere (numeri) consecutivi è l'errore di stampa di gran lunga più comune.

Il codice BBAN

Il codice BBAN

La Cassa di Risparmio di Ravenna ha codice ABI 06270.

Il codice BBAN

La Cassa di Risparmio di Ravenna ha codice ABI 06270.

La Filiale di Brisighella ha codice CAB 67510.

Il codice BBAN

La Cassa di Risparmio di Ravenna ha codice ABI 06270.

La Filiale di Brisighella ha codice CAB 67510.

Se uno ha il conto 12345678 presso questa Filiale, il suo codice BBAN è

Il codice BBAN

La Cassa di Risparmio di Ravenna ha codice ABI 06270.

La Filiale di Brisighella ha codice CAB 67510.

Se uno ha il conto 12345678 presso questa Filiale, il suo codice BBAN è

D 06270 67510 000012345678

Il codice BBAN

La Cassa di Risparmio di Ravenna ha codice ABI 06270.

La Filiale di Brisighella ha codice CAB 67510.

Se uno ha il conto 12345678 presso questa Filiale, il suo codice BBAN è

D 06270 67510 000012345678

Qui la lettera “D” ha una funzione di controllo.

Brisighella (Ravenna)



ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

0 · 1

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10 \\ = 253$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$\begin{aligned} 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10 \\ = 253 = 23 \cdot 11 \end{aligned}$$

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$\begin{aligned} 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10 \\ = 253 = 23 \cdot 11 \end{aligned}$$

Le prime 9 cifre indicano paese, editore e libro

ISBN

0252725484

è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$\begin{aligned} 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10 \\ = 253 = 23 \cdot 11 \end{aligned}$$

Le prime 9 cifre indicano paese, editore e libro, l'ultima è calcolata in modo che questa somma sia divisibile per 11.

ISBN

0252725484

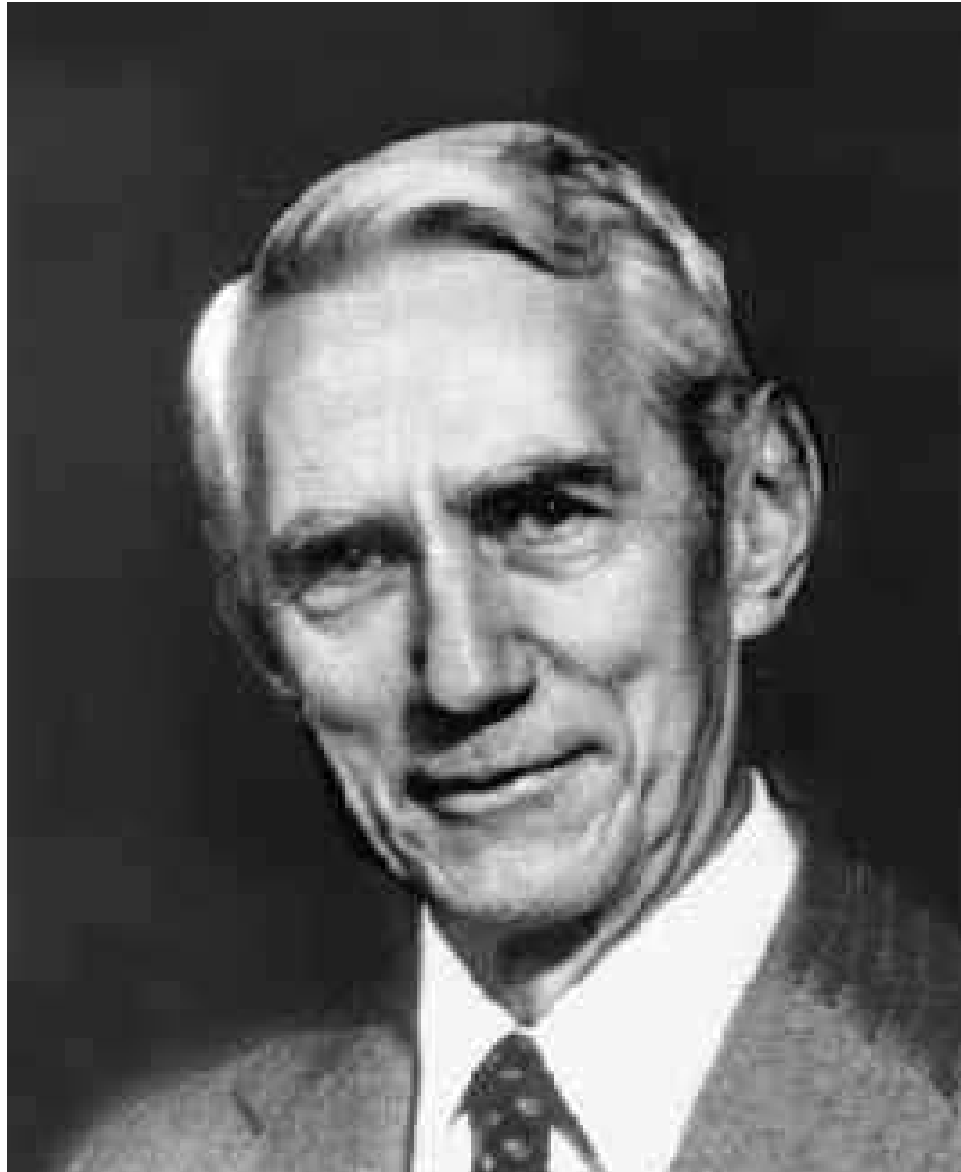
è il codice ISBN del libro di Claude E. Shannon e Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949. vi+117 pp.

$$\begin{aligned} 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 4 \cdot 10 \\ = 253 = 23 \cdot 11 \end{aligned}$$

Le prime 9 cifre indicano paese, editore e libro, l'ultima è calcolata in modo che questa somma sia divisibile per 11.

L'ultima cifra potrebbe anche essere una x , che sta per la *cifra* 10 in base 11.

Claude E. Shannon (1916 – 2001)



Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati.

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Per esempio se devo trasmettere

0 1 0 0 1 1 0

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Per esempio se devo trasmettere

0 1 0 0 1 1 0

trasmetto

000 111 000 000 111 111 000

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Per esempio se devo trasmettere

0 1 0 0 1 1 0

trasmetto

000 111 000 000 111 111 000

Se non vi sono errori, la trasmissione ricevuta deve consistere di una successione di *parole codice*

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Per esempio se devo trasmettere

0 1 0 0 1 1 0

trasmetto

000 111 000 000 111 111 000

Se non vi sono errori, la trasmissione ricevuta deve consistere di una successione di *parole codice* 000

Il codice a ripetizione

Supponiamo che i messaggi da trasmettere siano binari, ovvero consistano di successioni di “bit”, ovvero di 0 e 1.

Un’idea semplice per prevenire gli errori è quella di *ripetere* i dati. Ogni bit da trasmettere lo ripeto *tre* volte.

Per esempio se devo trasmettere

0 1 0 0 1 1 0

trasmetto

000 111 000 000 111 111 000

Se non vi sono errori, la trasmissione ricevuta deve consistere di una successione di *parole codice* 000 oppure 111.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Non è una delle due *parole codice* 000 oppure 111.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Non è una delle due *parole codice* 000 oppure 111.

Dunque si è verificato qualche errore di trasmissione.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Non è una delle due *parole codice* 000 oppure 111.

Dunque si è verificato qualche errore di trasmissione.

La cosa più sensata è supporre che si sia verificato un solo errore di trasmissione all'interno della parola.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Non è una delle due *parole codice* 000 oppure 111.

Dunque si è verificato qualche errore di trasmissione.

La cosa più sensata è supporre che si sia verificato un solo errore di trasmissione all'interno della parola. Dunque è l'1 che è sbagliato, e va corretto a 0.

Maggioranza o verosimiglianza

Supponiamo di ricevere invece la parola 010.

Non è una delle due *parole codice* 000 oppure 111.

Dunque si è verificato qualche errore di trasmissione.

La cosa più sensata è supporre che si sia verificato un solo errore di trasmissione all'interno della parola. Dunque è l'1 che è sbagliato, e va corretto a 0.

In pratica si vota a maggioranza, cioè i due zeri hanno il sopravvento sull'unico uno. (Tecnicamente si parla di *massima verosimiglianza*.)

Richard W. Hamming (1915 – 1996)



Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione.

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione.
La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,
- 000 e 011 hanno distanza 2,

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,
- 000 e 011 hanno distanza 2,
- 000 e 111 hanno distanza 3.

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,
- 000 e 011 hanno distanza 2,
- 000 e 111 hanno distanza 3.

Il codice a ripetizione corregge perfettamente un errore perché ogni parola

- o è una parola codice,

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,
- 000 e 011 hanno distanza 2,
- 000 e 111 hanno distanza 3.

Il codice a ripetizione corregge perfettamente un errore perché ogni parola

- o è una parola codice,
- o è a distanza 1 da esattamente una parola codice.

Distanza di Hamming

C'è un modo geometrico di vedere il codice a ripetizione. La *distanza di Hamming* fra due parole è il numero di bit diversi:

- 000 e 010 hanno distanza 1,
- 000 e 011 hanno distanza 2,
- 000 e 111 hanno distanza 3.

Il codice a ripetizione corregge perfettamente un errore perché ogni parola

- o è una parola codice,
- o è a distanza 1 da esattamente una parola codice.

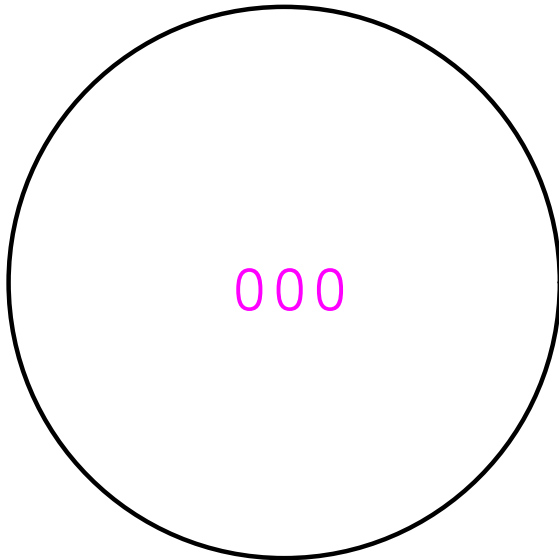
Se una parola che ricevo non è una parola codice, la correggo quindi a quell'unica parola codice da cui essa dista 1.

Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.

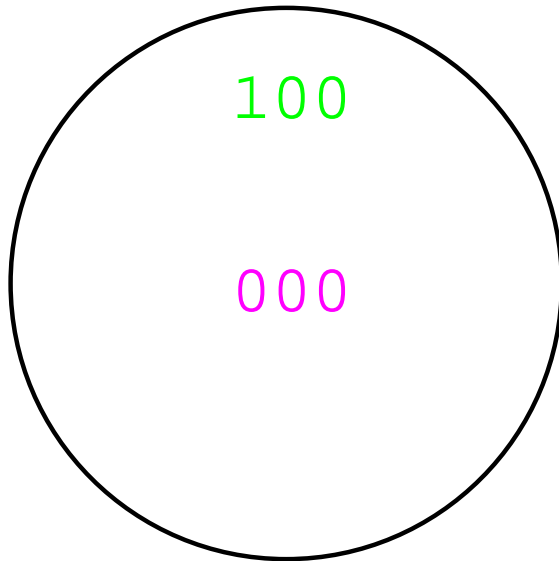
Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



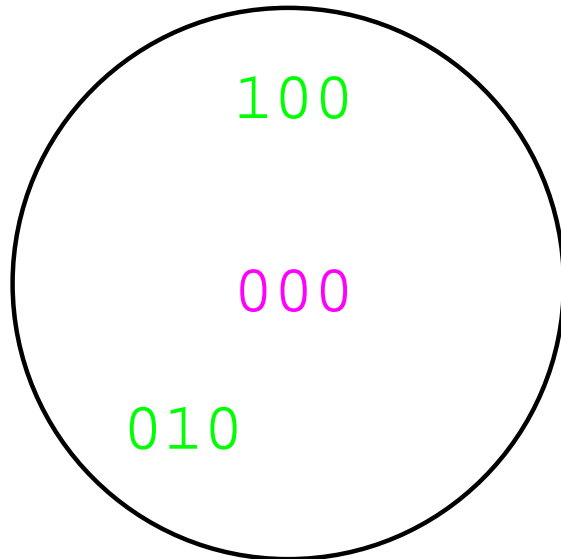
Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



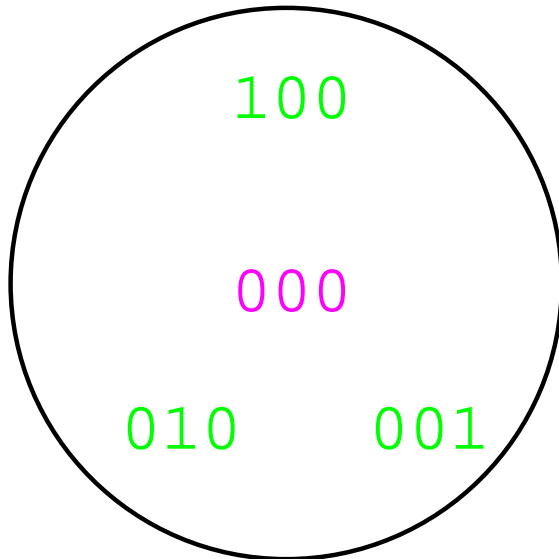
Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



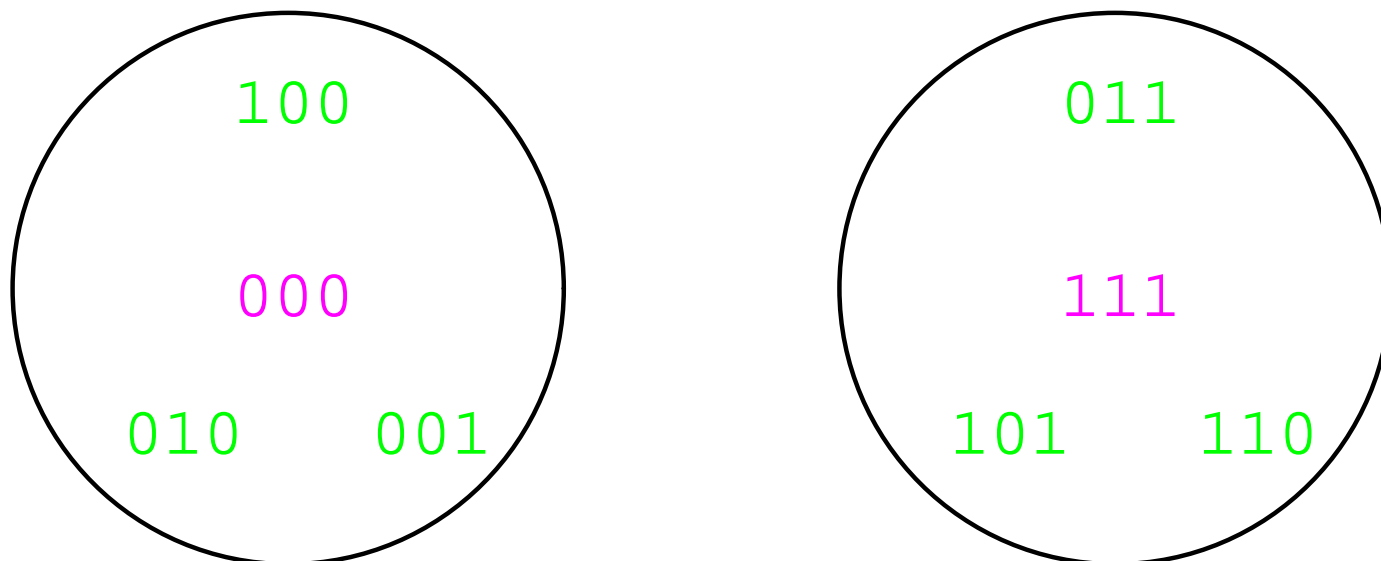
Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



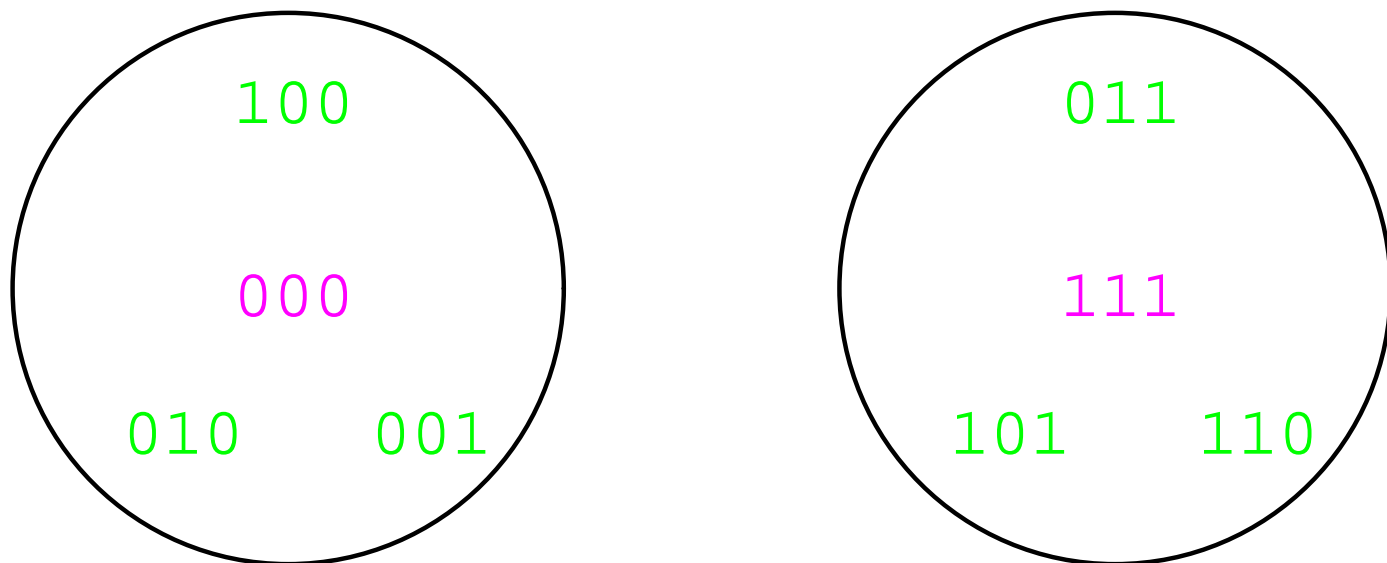
Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



Due sfere di raggio uno

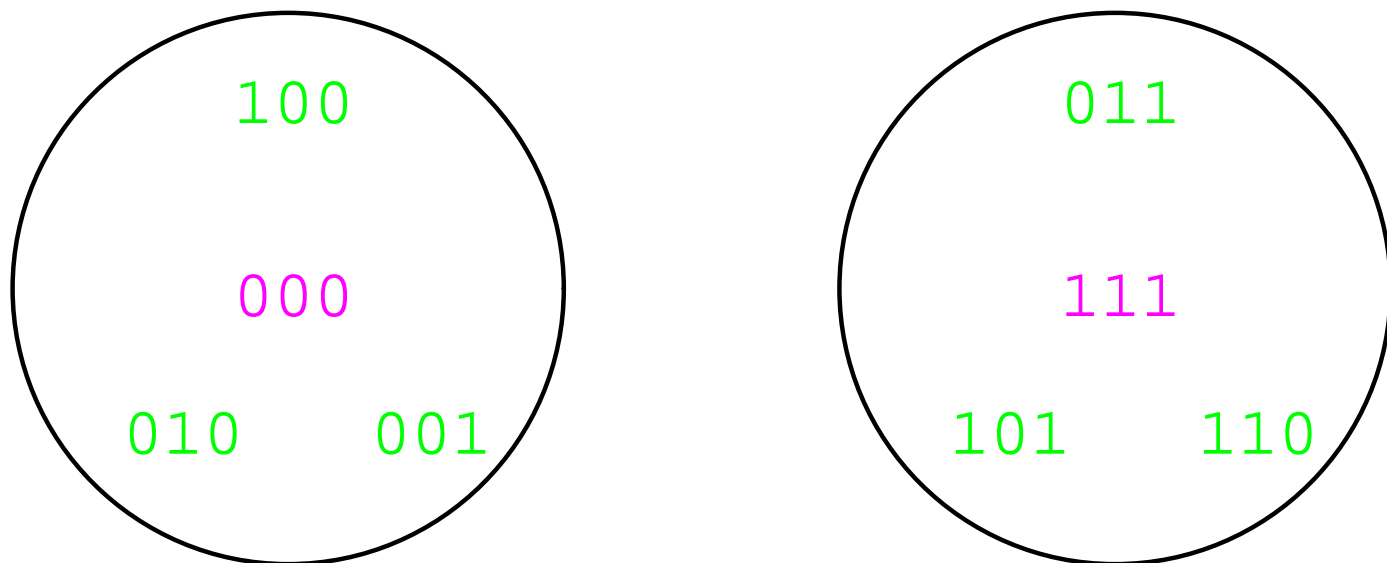
Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



La correzione dell'errore si fa prendendo il centro della sfera in cui sta la parola ricevuta.

Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.

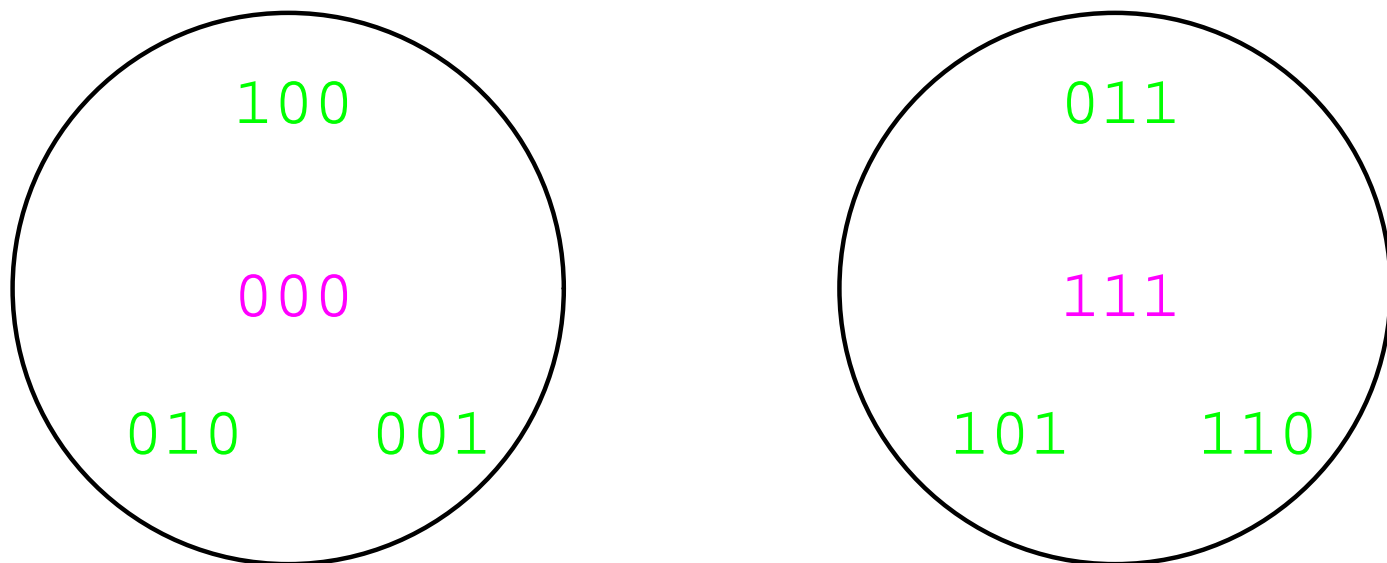


La correzione dell'errore si fa prendendo il centro della sfera in cui sta la parola ricevuta.

Se interpretiamo “rosso” come 0 e “blu” come 1, vediamo che nel gioco dei tre cappelli si vince

Due sfere di raggio uno

Le due parole codice sono i centri di due sfere di raggio 1 che coprono tutte le parole senza sovrapposizioni.



La correzione dell'errore si fa prendendo il centro della sfera in cui sta la parola ricevuta.

Se interpretiamo “rosso” come 0 e “blu” come 1, vediamo che nel gioco dei tre cappelli si vince se la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice.

Il codice di Hamming

... corregge un errore su 7 bit. (Nel caso generale, corregge un errore su $n = 2^k - 1$ bit.)

Il codice di Hamming

...corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

1010

Il codice di Hamming

...corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

0110

Il codice di Hamming

... corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

0111

Il codice di Hamming

... corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

0111

Il problema è che il canale di trasmissione potrebbe introdurre dei disturbi, cioè cambiare degli 0 in 1 e viceversa.

Il codice di Hamming

... corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

0111

Il problema è che il canale di trasmissione potrebbe introdurre dei disturbi, cioè cambiare degli 0 in 1 e viceversa.

Il trucco è quello di aggiungere altri bit che sarebbero ridondanti se non ci fossero errori

Il codice di Hamming

... corregge un errore su 7 bit. Un amico mi trasmette un messaggio, che consiste di unità di quattro bit alla volta:

0111

Il problema è che il canale di trasmissione potrebbe introdurre dei disturbi, cioè cambiare degli 0 in 1 e viceversa.

Il trucco è quello di aggiungere altri bit che sarebbero ridondanti se non ci fossero errori, ma che permettono di correggere un errore su 7 bit.

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. (Non sto a spiegare *come* vengano calcolati questi ultimi 3 bit.)

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0010 110

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0101 100

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1011 000

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0110 001

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1100 010

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1000 101

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1110 100

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1101 001

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1010 011

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0100 111

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1001 110

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0011 101

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0111 010

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1110 100

Il codice di Hamming

Il mio amico trasmette sequenze di 7 bit, in cui i primi 4 sono il messaggio da trasmettere, e gli ultimi 3 sono *calcolati* a partire dai primi. Le sequenze di 7 bit trasmesse *non sono tutte quelle possibili*, ma si vede che sono:

0000 000 e 1111 111

poi

0001 011

e quelle che si ottengono *ruotando*:

0001 011

Poi la sequenza *complementare*

1110 100

e quelle che si ottengono *ruotando*:

1110 100

In tutto sono $1 + 1 + 7 + 7 = 16$, come è giusto che sia!

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

- o è una parola codice;

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

- o è una parola codice;
- oppure è a distanza 1 da un'unica parola codice.

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

- o è una parola codice;
- oppure è a distanza 1 da un'*unica* parola codice.

Dunque

- se ricevo una parola codice, la prendo per buona;

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

- o è una parola codice;
- oppure è a distanza 1 da un'unica parola codice.

Dunque

- se ricevo una parola codice, la prendo per buona;
- se ricevo una parola che non è una parola codice

Correzione di un errore

Questo codice corregge un errore perché ogni parola di 7 bit

- o è una parola codice;
- oppure è a distanza 1 da un'*unica* parola codice.

Dunque

- se ricevo una parola codice, la prendo per buona;
- se ricevo una parola che non è una parola codice, la correggo, *cambiandola in quell'unica parola codice che è a distanza 1.*

Sfere

0000010



Sfere

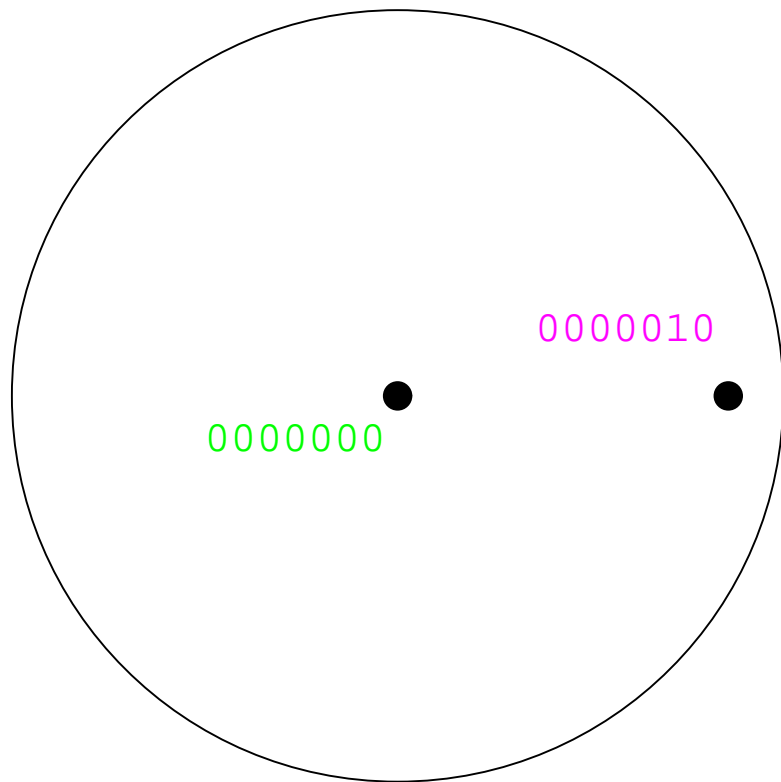
0000000



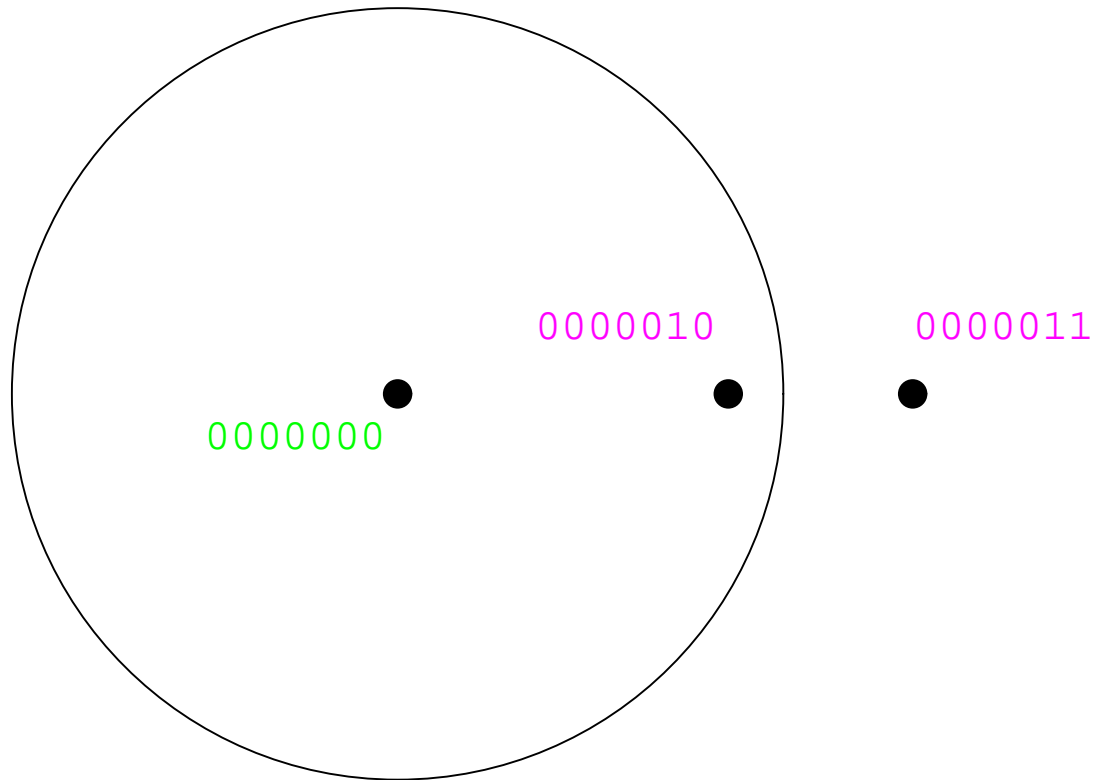
0000010



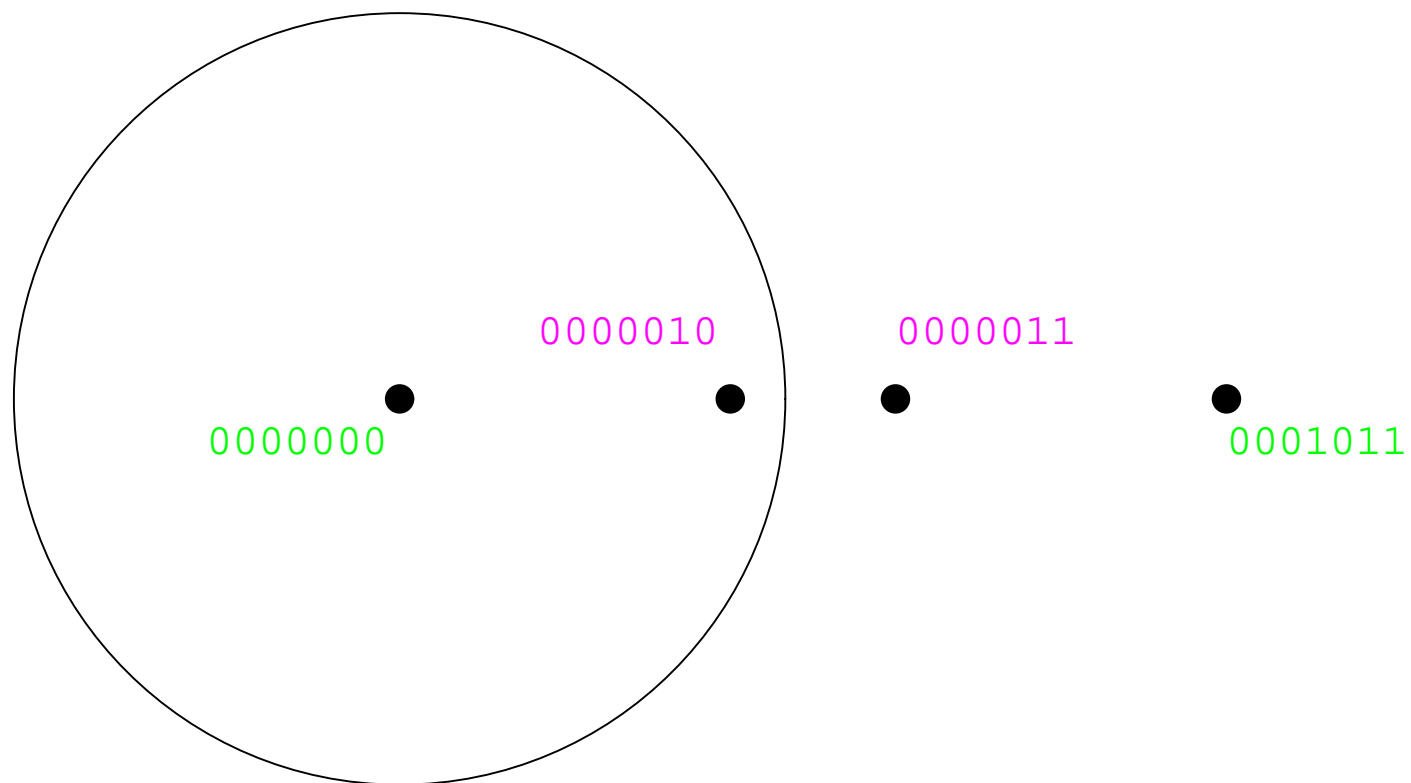
Sfere



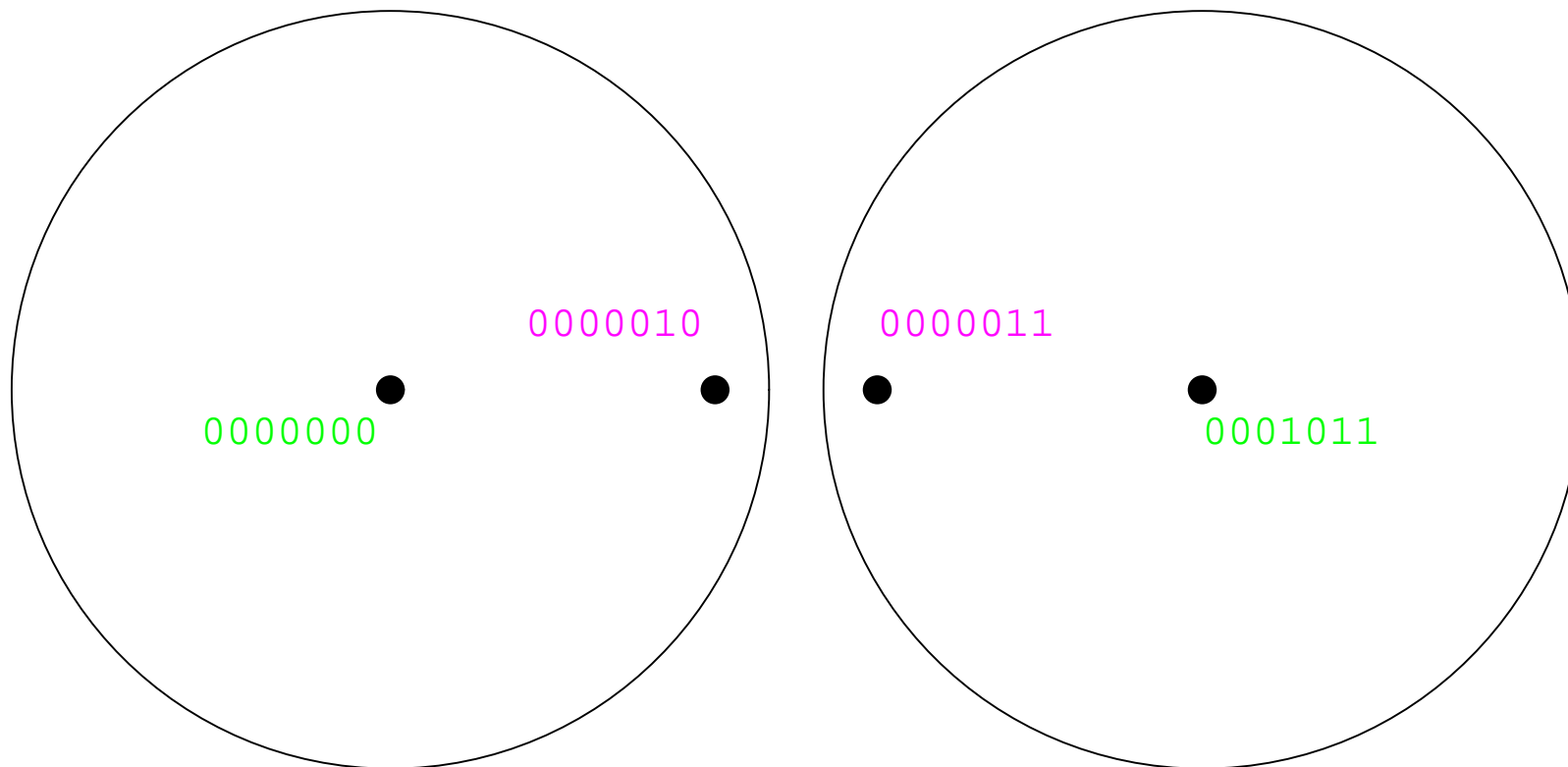
Sfere



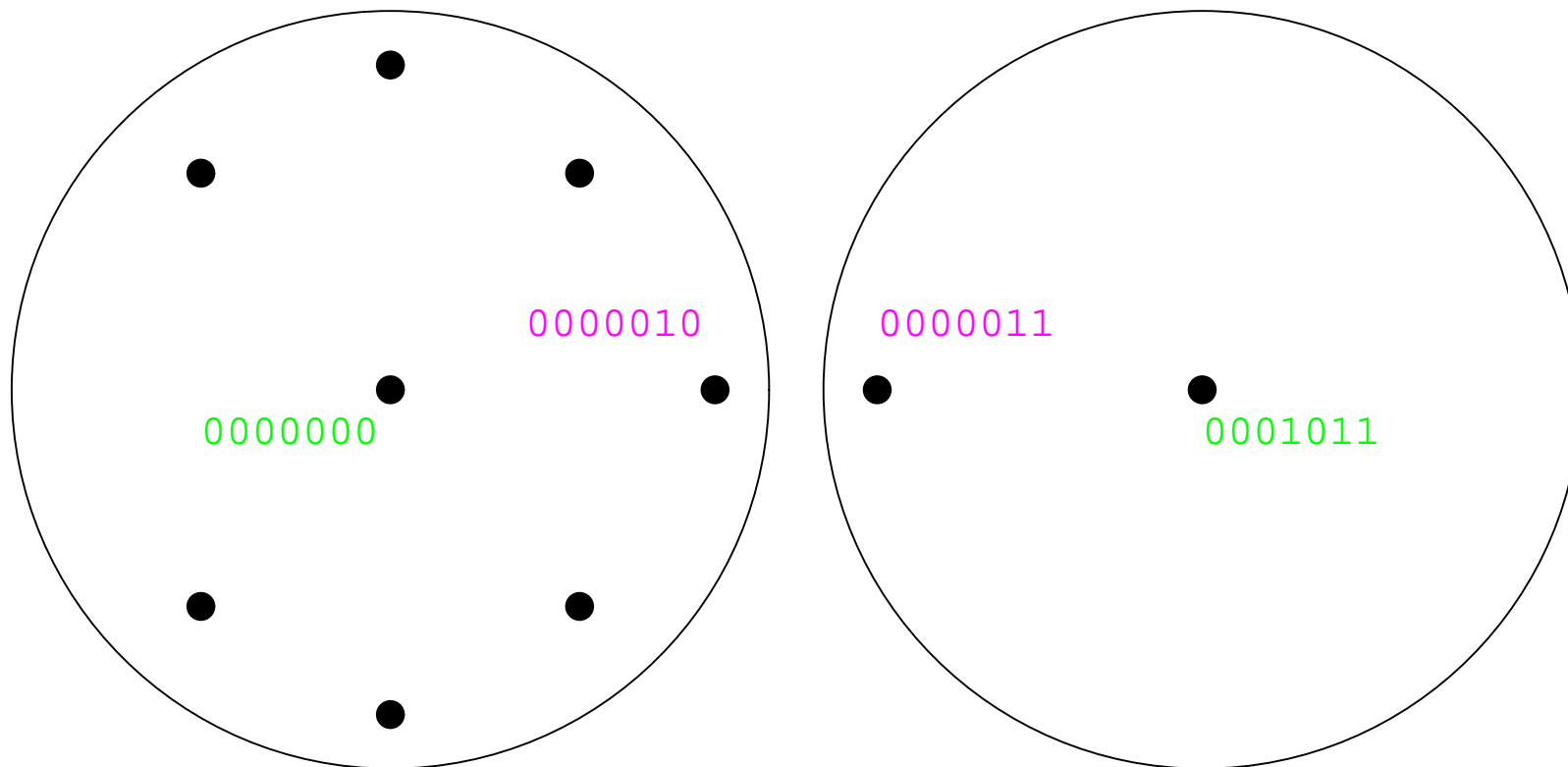
Sfere



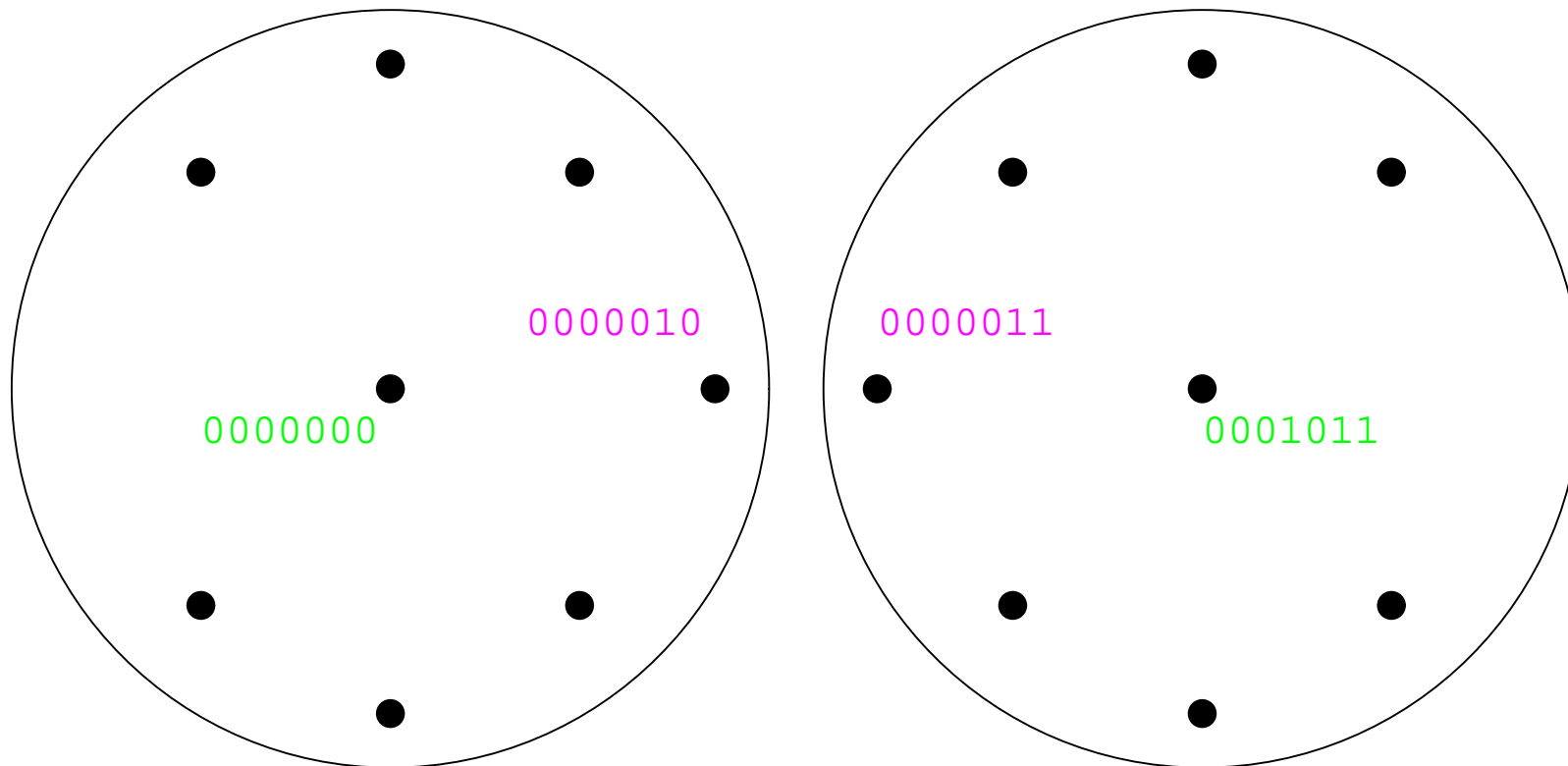
Sfere



Sfere



Sfere



La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice.

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Conviene: succede in 7 casi su 8.

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Conviene: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Conviene: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

Se una possibilità dà una parola codice, e l'altra no

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

Se una possibilità dà una parola codice, e l'altra no, deve scegliere quest'ultima

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Conviene: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

Se una possibilità dà una parola codice, e l'altra no, deve scegliere quest'ultima: è proprio su questo che stiamo scommettendo!

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

Se una possibilità dà una parola codice, e l'altra no, deve scegliere quest'ultima: è proprio su questo che stiamo scommettendo!

Se la parola che rappresenta la distribuzione dei cappelli è una parola codice

La strategia vincente

Si scommette sul fatto che la distribuzione dei cappelli *non* sia una parola codice. Convieni: succede in 7 casi su 8.

Ogni giocatore conosce tutti i bit tranne il suo, dunque è indeciso fra la parola giusta, e un'altra a distanza 1 da essa.

Se entrambe le possibilità *non* danno una parola codice, il giocatore deve tacere: non ha ragione di scegliere una o l'altra.

Se una possibilità dà una parola codice, e l'altra no, deve scegliere quest'ultima: è proprio su questo che stiamo scommettendo!

Se la parola che rappresenta la distribuzione dei cappelli è una parola codice, tutti dicono il colore sbagliato.

Esempi

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1")

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010 e 0001 011

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010 e 0001 011

La prima non è una parola codice

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010 e 0001 011

La prima non è una parola codice, **la seconda sí**

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010 e 0001 011

La prima non è una parola codice, **la seconda sí**, dunque **devo dire "0"**

Esempi

Vedo i cappelli

1000 00*

(Qui la * indica il mio cappello, che non vedo.)

Le due possibilità sono

1000 000 e 1000 001

Nessuna delle due è una parola codice (hanno uno o due "1", dunque **devo tacere**).

Vedo i cappelli

0001 01*

Le due possibilità sono

0001 010 e 0001 011

La prima non è una parola codice, **la seconda sí**, dunque **devo dire "0"**, cioè quella per cui **non ho** una parola codice.

The New York Times

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*
Quelli che sanno che la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice, sanno che uno solo di loro è in grado di indovinare, ma devono lasciar parlare lui.

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*
Quelli che sanno che la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice, sanno che uno solo di loro è in grado di indovinare, ma devono lasciar parlare lui. Lui invece sa che deve parlare, ma non sa se indovinerà o no.

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*
Quelli che sanno che la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice, sanno che uno solo di loro è in grado di indovinare, ma devono lasciar parlare lui. Lui invece sa che deve parlare, ma non sa se indovinerà o no.
- Se la parola che rappresenta la distribuzione dei cappelli è una parola codice, *tutti* dicono il colore sbagliato.

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*
Quelli che sanno che la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice, sanno che uno solo di loro è in grado di indovinare, ma devono lasciar parlare lui. Lui invece sa che deve parlare, ma non sa se indovinerà o no.
- Se la parola che rappresenta la distribuzione dei cappelli è una parola codice, *tutti* dicono il colore sbagliato.
Non c'è niente di male a dire una cosa sbagliata, purché si sia in buona compagnia.

The New York Times

- *Se sai che qualcuno ne sa più di te, meglio star zitto.*
Quelli che sanno che la distribuzione dei cappelli *non* è una parola codice, sanno che uno solo di loro è in grado di indovinare, ma devono lasciar parlare lui. Lui invece sa che deve parlare, ma non sa se indovinerà o no.
- Se la parola che rappresenta la distribuzione dei cappelli è una parola codice, *tutti* dicono il colore sbagliato.
Non c'è niente di male a dire una cosa sbagliata, purché si sia in buona compagnia.
Se si sbaglia tutti insieme, non ci sono colpe da attribuire.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila. Ognuno ha in testa un cappello rosso o blu (ovvero 0 o 1), messo come al solito a caso.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila. Ognuno ha in testa un cappello rosso o blu (ovvero 0 o 1), messo come al solito a caso. Ognuno vede i cappelli di quelli davanti, ma non il suo né quelli dietro.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila. Ognuno ha in testa un cappello rosso o blu (ovvero 0 o 1), messo come al solito a caso. Ognuno vede i cappelli di quelli davanti, ma non il suo né quelli dietro.

A cominciare dal primo, che vede tutti i cappelli tranne il proprio, i concorrenti devono cercare di indovinare il colore del proprio cappello.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila. Ognuno ha in testa un cappello rosso o blu (ovvero 0 o 1), messo come al solito a caso. Ognuno vede i cappelli di quelli davanti, ma non il suo né quelli dietro.

A cominciare dal primo, che vede tutti i cappelli tranne il proprio, i concorrenti devono cercare di indovinare il colore del proprio cappello. Ognuno sente il colore detto dai precedenti, e gli viene detto se è giusto o sbagliato.

Ancora cappelli

Gabriele Anzellotti mi ha segnalato il 17 dicembre 2001 quest'altro problema.

Dieci persone vengono messe in fila. Ognuno ha in testa un cappello rosso o blu (ovvero 0 o 1), messo come al solito a caso. Ognuno vede i cappelli di quelli davanti, ma non il suo né quelli dietro.

A cominciare dal primo, che vede tutti i cappelli tranne il proprio, i concorrenti devono cercare di indovinare il colore del proprio cappello. Ognuno sente il colore detto dai precedenti, e gli viene detto se è giusto o sbagliato.

Anche qui i concorrenti si mettono d'accordo in anticipo sulla strategia.

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità*

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che da al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza.

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza. (Il primo comunque non può che buttarsi a indovinare.)

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza. (Il primo comunque non può che buttarsi a indovinare.)

Il primo fa la somma dei numeri che vede, e dice 0 se la somma è pari, mentre dice 1 se la somma è dispari.

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza. (Il primo comunque non può che buttarsi a indovinare.)

Il primo fa la somma dei numeri che vede, e dice 0 se la somma è pari, mentre dice 1 se la somma è dispari. Scommette insomma sul fatto che la somma sia pari.

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza. (Il primo comunque non può che buttarsi a indovinare.)

Il primo fa la somma dei numeri che vede, e dice 0 se la somma è pari, mentre dice 1 se la somma è dispari. Scommette insomma sul fatto che la somma sia pari.

In ogni caso il secondo concorrente verrà a sapere il colore del cappello di quello dietro, e se la somma è pari o dispari.

Controllo di parità

C'è una strategia, basata sul *codice a controllo di parità* che dà al primo concorrente il 50% di probabilità di indovinare, mentre tutti gli altri indovinano con certezza. (Il primo comunque non può che buttarsi a indovinare.)

Il primo fa la somma dei numeri che vede, e dice 0 se la somma è pari, mentre dice 1 se la somma è dispari. Scommette insomma sul fatto che la somma sia pari.

In ogni caso il secondo concorrente verrà a sapere il colore del cappello di quello dietro, e se la somma è pari o dispari.

A questo punto indovina facilmente, e sentendo la sua risposta indovina anche il terzo, ecc.