L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione di quinto grado e la risolvente di Malfatti

Andrea Caranti

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Trento
http://science.unitn.it/∼caranti

Ala, 20 ottobre 2007

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Premessa

- Ho preparato questa conferenza per un pubblico generale.
- Per favore i colleghi non facciano caso alle semplifi cazioni.
- Ci sono un po' di calcoli, ma ho dovuto fermarmi ben prima di dove è arrivato Malfatti.
- Fra le fonti che ho utilizzato, particolarmente utile il libro di Edwards.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Premessa

- Ho preparato questa conferenza per un pubblico generale.
- Per favore i colleghi non facciano caso alle semplifi cazioni.
- Ci sono un po' di calcoli, ma ho dovuto fermarmi ben prima di dove è arrivato Malfatti.
- Fra le fonti che ho utilizzato, particolarmente utile il libro di Edwards.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Premessa

- Ho preparato questa conferenza per un pubblico generale.
- Per favore i colleghi non facciano caso alle semplifi cazioni.
- Ci sono un po' di calcoli, ma ho dovuto fermarmi ben prima di dove è arrivato Malfatti.
- Fra le fonti che ho utilizzato, particolarmente utile il libro di Edwards.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Premessa

- Ho preparato questa conferenza per un pubblico generale.
- Per favore i colleghi non facciano caso alle semplifi cazioni.
- Ci sono un po' di calcoli, ma ho dovuto fermarmi ben prima di dove è arrivato Malfatti.
- Fra le fonti che ho utilizzato, particolarmente utile il libro di Edwards.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Premessa

- Ho preparato questa conferenza per un pubblico generale.
- Per favore i colleghi non facciano caso alle semplifi cazioni.
- Ci sono un po' di calcoli, ma ho dovuto fermarmi ben prima di dove è arrivato Malfatti.
- Fra le fonti che ho utilizzato, particolarmente utile il libro di Edwards.

Il piano

1. L'equazione di secondo grado
   - L'equazione
   - Simmetrie
   - Ruffi ni
   - La risolvente
2. L'equazione di terzo grado
   - Risolvente
   - Cardano
3. L'equazione di quarto grado
   - Una risolvente per il quarto grado
4. L'equazione di quinto grado
   - Eulero e Malfatti
   - La risolvente di Malfatti
5. Teoria di Galois
   - Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Il piano

1. L'equazione di secondo grado
   - L'equazione
   - Simmetrie
   - Ruffi ni
   - La risolvente
2. L'equazione di terzo grado
   - Risolvente
   - Cardano
3. L'equazione di quarto grado
   - Una risolvente per il quarto grado
4. L'equazione di quinto grado
   - Eulero e Malfatti
   - La risolvente di Malfatti
5. Teoria di Galois
   - Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, . . .

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, ...

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, ...

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, . . .

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, ...

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, ...

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, . . .

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, . . .

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Come risolverla?

Abbiamo l'equazione di secondo grado

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Supponiamo che b, c siano numeri razionali. Sappiamo per certo che esistono due radici (soluzioni) r, s nei numeri complessi. Vogliamo *esprimerle* in termini di b, c.

Fra tutte queste equazioni quando $b = 0$ c'è

$$x^2 + c = 0,$$

che ha per radici $x = \pm\sqrt{-c}$. Dunque dobbiamo senz'altro ammettere di saper estrarre le radici quadrate. E cubiche, quarte, ...

Il piano

1. L'equazione di secondo grado
   - L'equazione
   - Simmetrie
   - Ruffi ni
   - La risolvente
2. L'equazione di terzo grado
   - Risolvente
   - Cardano
3. L'equazione di quarto grado
   - Una risolvente per il quarto grado
4. L'equazione di quinto grado
   - Eulero e Malfatti
   - La risolvente di Malfatti
5. Teoria di Galois
   - Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Simmetrie

Siano r, s le radici di $x^2 + bx + c = 0$. Vale questo importante principio:

> *Se una espressione in r, s è simmetrica in r e s, allora la si può esprimere in termini di b, c.*

Esempi.

- $r + s + rs$ è simmetrica, perché se scambio r, s ottengo $s + r + sr$.
- Invece $r - s$ no, perché cambia segno, ma allora $(r - s)^2$ sí!

Il piano

1. L'equazione di secondo grado
   - L'equazione
   - Simmetrie
   - Ruffi ni
   - La risolvente
2. L'equazione di terzo grado
   - Risolvente
   - Cardano
3. L'equazione di quarto grado
   - Una risolvente per il quarto grado
4. L'equazione di quinto grado
   - Eulero e Malfatti
   - La risolvente di Malfatti
5. Teoria di Galois
   - Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Paolo Ruffi ni, 1765–1822

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La Regola di Ruffi ni

Per la regola di Ruffi ni, abbiamo

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= (x - r) \cdot (x - s) \\ &= x^2 - (r + s)x + rs, \end{aligned}$$

dunque

- $b = -(r + s)$,
- $c = rs$.

Allora $r + s + rs = b + c$, mentre

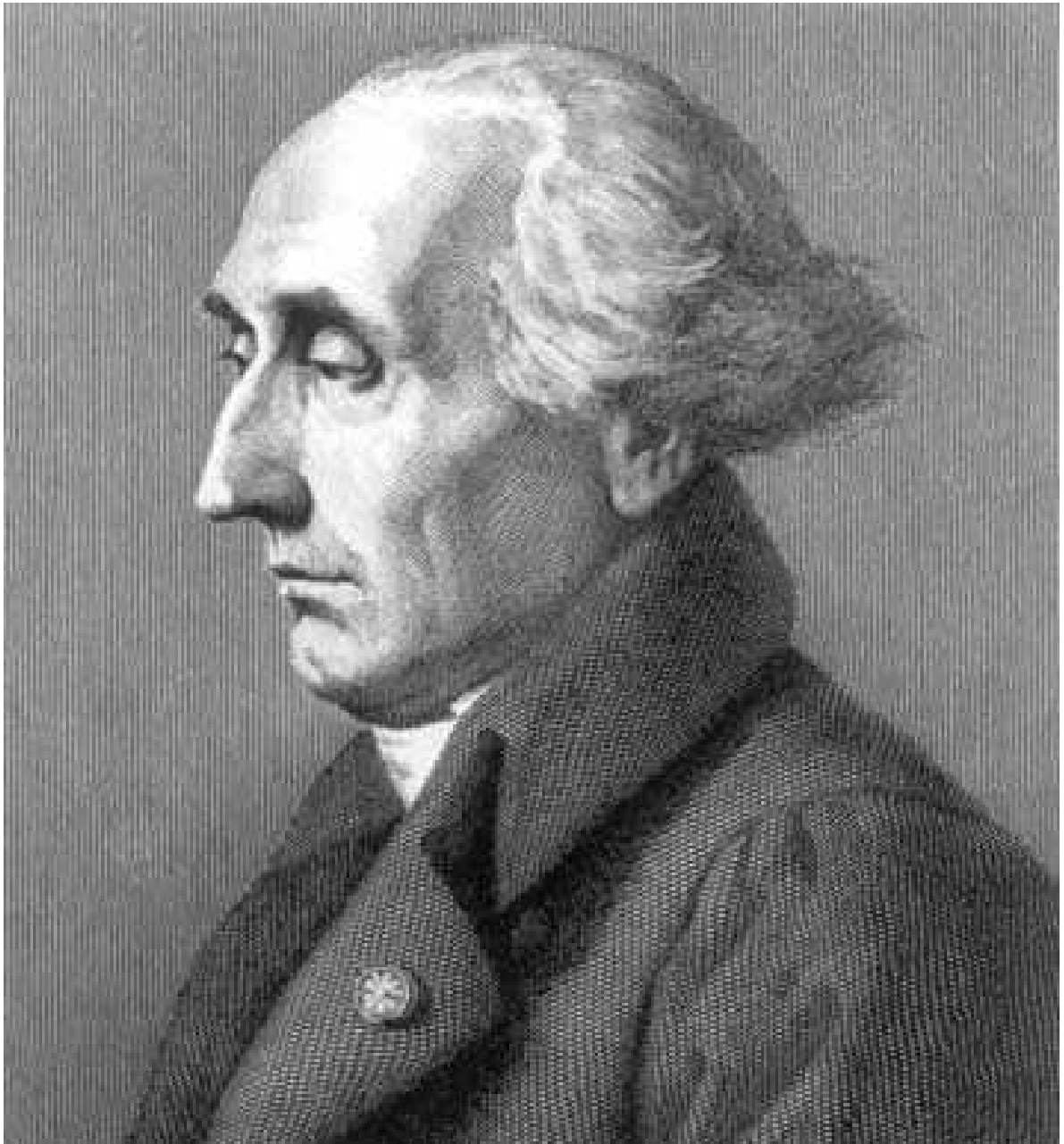
$$\begin{aligned} (r - s)^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \\ &= r^2 + s^2 + 2rs - 4rs \\ &= (r + s)^2 - 4rs \\ &= b^2 - 4c. \end{aligned}$$

Il piano

1. L'equazione di secondo grado
   - L'equazione
   - Simmetrie
   - Ruffi ni
   - La risolvente
2. L'equazione di terzo grado
   - Risolvente
   - Cardano
3. L'equazione di quarto grado
   - Una risolvente per il quarto grado
4. L'equazione di quinto grado
   - Eulero e Malfatti
   - La risolvente di Malfatti
5. Teoria di Galois
   - Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Joseph-Louis Lagrange, 1736 –1813



L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*.

Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Risolventi secondo Lagrange

Per Lagrange una risolvente di una equazione è da un lato una *quantità* tale che

- si possa esprimere in termini delle radici dell'equazione;
- ogni radice dell'equazione si possa esprimere in termini della risolvente;
- la risolvente sia radice di una equazione *risolubile*.

Anche quest'ultima equazione si dice *equazione risolvente*. Per l'equazione di secondo grado $x^2 + bx + c$, la quantità $\sqrt{b^2 - 4c} = (r - s)^2$ è una risolvente, e la corrispondente equazione risolvente è $z^2 - (b^2 - 4c)$.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La soluzione...

Avevamo appena visto che $(r-s)^2 = b^2 - 4c$. Dunque $r - s = \sqrt{b^2 - 4c}$. Inoltre $-b = r + s$. Dunque

$$\begin{aligned} r + s &= -b \\ r - s &= \sqrt{b^2 - 4c} \end{aligned}$$

Sommando ottengo

$$\begin{aligned} 2r &= (r+s) + (r-s) \\ &= -b + \sqrt{b^2 - 4c}, \end{aligned}$$

ovvero

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}.$$

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

L'equazione risolvente

1. Una risolvente si può esprimere in termini delle radici dell'equazione.
2. Ogni radice dell'equazione si può esprimere in termini della risolvente.
3. La risolvente è radice di una equazione *risolubile*.

- Una quantità risolvente *nel senso di (1) e (2)* esiste sempre. (Lagrange, Galois.)
- In termini moderni, questo esprime il fatto che il campo di spezzamento è una *estensione semplice*.
- Però l'equazione risolvente generale di una equazione di grado n viene di grado $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot 2 \cdot 1$.
- Cardano aveva trovato *una* risolvente *di secondo grado* di un'equazione di terzo grado, con un bel trucco.
- Va bene, perché le equazioni di secondo grado le sappiamo già fare!

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Girolamo Cardano, 1501–1576

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{array}{ccc} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)

Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{matrix} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{matrix}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{matrix} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{matrix}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{matrix} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{matrix}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{array}{ccc} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{array}{ccc} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{matrix} u^3 + v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{matrix}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

Si debba risolvere $x^3 + px + q = 0$. (Tutte le cubiche si possono ridurre in questa forma, con un trucco analogo a quello del completamento del quadrato.)
Cerchiamo la soluzione nella forma $x = u + v$.

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (u+v)^3 + p(u+v) + q \\ &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + p(u+v) + q. \end{aligned}$$

Notiamo che $3u^2v + 3uv^2 = 3uv(u+v)$, e riordiniamo

$$\begin{matrix} u^3 + v^3 \\ \\ 3uv(u+v) \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} -q \\ \\ -p(u+v) \end{matrix}$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$\begin{array}{ccc} u^3+v^3 & & -q \\ & = & \\ 3uv(u+v) & & -p(u+v) \end{array}$$

Proviamo a porre $u^3+v^3=-q$, e $3uv=-p$, ovvero

$$\begin{aligned} u^3+v^3 &= -q \\ u^3v^3 &= -\frac{p^3}{27} \end{aligned}$$

Ma allora u^3, v^3 sono le soluzioni dell'equazione *risolvente* di secondo grado

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0,$$

dunque

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2+\frac{4p^3}{27}}}{2}.$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2},$$

e quindi

$$x = u + v = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{-q + \sqrt[2]{q^2 + \frac{4p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt[2]{q^2 - \frac{4p^3}{27}}} \right)$$

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Cardano

$$u^3, v^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2},$$

e quindi

$$x = u + v = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{-q + \sqrt[2]{q^2 + \frac{4p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt[2]{q^2 - \frac{4p^3}{27}}} \right)$$

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici.*
- Ad esempio

$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$

- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere

$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$

e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere

$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$

ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici.*
- Ad esempio

$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$

- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere

$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$

e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere

$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$

ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio

$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$

- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere

$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$

e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere

$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$

ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio

$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$

- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere

$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$

e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere

$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$

ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio
$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$
- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere
$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$
e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere
$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$
ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio
$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$
- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere
$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$

e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere

$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$

ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio
$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$
- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere
$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$
e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere
$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$
ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0.$$

- La risolvente avrebbe grado 24, ma se ne possono trovare di grado 3.
- Se le radici sono r_1, r_2, r_3, r_4 occorre trovare *un'espressione in esse che assuma solo tre valori diversi permutando le radici*.
- Ad esempio
$$r_1 r_2 + r_3 r_4.$$
- Infatti scambiando ad esempio r_2 e r_3 posso ottenere
$$r_1 r_3 + r_2 r_4,$$
e scambiando r_2 e r_4 posso ottenere
$$r_1 r_4 + r_3 r_2,$$
ma questo è tutto!

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

- Dunque la risolvente è

$$(z-(r_1r_2+r_3r_4))\cdot(z-(r_1r_3+r_2r_4))\cdot(z-(r_1r_4+r_3r_2)).$$

- Si vede con qualche calcolo che viene

$$z^3-cz^2+(bd-4e)z-b^2e+4ce-d^2.$$

- Quest'ultima si risolve per esempio col metodo di Cardano, e poi si vede che rimane solo da estrarre radici quadrate.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

- Dunque la risolvente è

$$(z-(r_1r_2+r_3r_4))\cdot(z-(r_1r_3+r_2r_4))\cdot(z-(r_1r_4+r_3r_2)).$$

- Si vede con qualche calcolo che viene

$$z^3-cz^2+(bd-4e)z-b^2e+4ce-d^2.$$

- Quest'ultima si risolve per esempio col metodo di Cardano, e poi si vede che rimane solo da estrarre radici quadrate.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

- Dunque la risolvente è

$$(z - (r_1 r_2 + r_3 r_4)) \cdot (z - (r_1 r_3 + r_2 r_4)) \cdot (z - (r_1 r_4 + r_3 r_2)).$$

- Si vede con qualche calcolo che viene

$$z^3 - cz^2 + (bd - 4e)z - b^2 e + 4ce - d^2.$$

- Quest'ultima si risolve per esempio col metodo di Cardano, e poi si vede che rimane solo da estrarre radici quadrate.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Una risolvente per il quarto grado

- Dunque la risolvente è

$$(z - (r_1r_2 + r_3r_4)) \cdot (z - (r_1r_3 + r_2r_4)) \cdot (z - (r_1r_4 + r_3r_2)).$$

- Si vede con qualche calcolo che viene

$$z^3 - cz^2 + (bd - 4e)z - b^2e + 4ce - d^2.$$

- Quest'ultima si risolve per esempio col metodo di Cardano, e poi si vede che rimane solo da estrarre radici quadrate.

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Leonhard Euler, 1707–1783

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Eulero

- Eulero aveva tentato di trovare una risolvente di quarto grado per un'equazione generale di quinto grado.
- Occorrerebbe trovare una espressione nelle radici *che assuma quattro valori diversi*.
- Non trova una espressione generale.
- "Il grande numero di espressioni rende questo compito cosí diffi cile da concludere con successo, per cui sembra appropriato considerare casi particolari che non conducano a formule cosí complicate."

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Eulero

- Eulero aveva tentato di trovare una risolvente di quarto grado per un'equazione generale di quinto grado.
- Occorrerebbe trovare una espressione nelle radici *che assuma quattro valori diversi*.
- Non trova una espressione generale.
- "Il grande numero di espressioni rende questo compito cosí diffi cile da concludere con successo, per cui sembra appropriato considerare casi particolari che non conducano a formule cosí complicate."

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Eulero

- Eulero aveva tentato di trovare una risolvente di quarto grado per un'equazione generale di quinto grado.
- Occorrerebbe trovare una espressione nelle radici *che assuma quattro valori diversi*.
- Non trova una espressione generale.
- "Il grande numero di espressioni rende questo compito cosí diffi cile da concludere con successo, per cui sembra appropriato considerare casi particolari che non conducano a formule cosí complicate."

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Eulero

- Eulero aveva tentato di trovare una risolvente di quarto grado per un'equazione generale di quinto grado.
- Occorrerebbe trovare una espressione nelle radici *che assuma quattro valori diversi*.
- Non trova una espressione generale.
- "Il grande numero di espressioni rende questo compito cosí diffi cile da concludere con successo, per cui sembra appropriato considerare casi particolari che non conducano a formule cosí complicate."

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Gian Francesco Malfatti, 1731–1807

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente

L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano

L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado

L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti

Teoria di Galois
Galois

La risolvente di Malfatti

- Partiamo dall'equazione di quinto grado, nella forma non restrittiva
$$x^5 + 5cx + d = 0.$$
- Malfatti estende il lavoro incompleto di Eulero, e produce la risolvente
$$(z - c)^4 \cdot (z^2 - 6cz + 25c^2) = d^4 z.$$
- E' di sesto grado, il che è preoccupante...
- Malfatti vede che se la risolvente ha una radice razionale, allora si può ricavare una soluzione *accettabile* dell'equazione di quinto grado originale.
- Malfatti non è però in grado di mostrare che la risolvente ha sempre una radice razionale.

Il piano

1 L'equazione di secondo grado
- L'equazione
- Simmetrie
- Ruffi ni
- La risolvente

2 L'equazione di terzo grado
- Risolvente
- Cardano

3 L'equazione di quarto grado
- Una risolvente per il quarto grado

4 L'equazione di quinto grado
- Eulero e Malfatti
- La risolvente di Malfatti

5 Teoria di Galois
- Galois

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Evariste Galois, 1811–1832

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali esattamente quando la risolvente di Malfatti ha una radice razionale.*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali esattamente quando la risolvente di Malfatti ha una radice razionale.*

L'equazione di secondo grado
L'equazione
Simmetrie
Ruffini
La risolvente
L'equazione di terzo grado
Risolvente
Cardano
L'equazione di quarto grado
Una risolvente per il quarto grado
L'equazione di quinto grado
Eulero e Malfatti
La risolvente di Malfatti
Teoria di Galois
Galois

Teoria di Galois

- Associa ad ogni equazione un *gruppo*, che permuta fra loro le radici.
- Un'equazione è *risolubile per radicali* quando il gruppo associato soddisfa una particolare proprietà.
- Fino al quarto grado, tutti i gruppi soddisfano la proprietà. Dal quinto grado in su, non tutti.
- Se esistesse una risolvente che assume solo quattro valori, allora il gruppo associato dovrebbe avere un sottogruppo normale di ordine divisibile per 5. Ma il gruppo alterno di grado 5 è *semplice*, e dunque non c'è un sottogruppo adatto.
- Per esempio, l'equazione $x^5 - 6x + 3$ non è risolubile per radicali.
- Ma Malfatti non era andato troppo lontano dalla soluzione. *Un'equazione di quinto grado è risolubile per radicali esattamente quando la risolvente di Malfatti ha una radice razionale.*