Fisica Generale 1 e 2

Prova scritta, 16 giugno 2008

Problema 1

Poco prima dell'inizio di una partita dei campionati europei di calcio, l'arbitro tiene in mano in posizione orizzontale e configurazione "testa", una moneta di raggio $r=12.5\ mm$, spessore trascurabile e massa m, sostenuta dal dito indice lungo il diametro. Ad un certo istante, l'arbitro colpisce la moneta con il pollice sul bordo, in direzione verticale, verso l'alto. Sapendo che la moneta raggiunge un'altezza massima $h=1\ m$ rispetto alla sua posizione iniziale, si

1) Si esprima la relazione tra l'impulso iniziale p la massa della moneta e l'altezza raggiunta
2) Si calcoli il numero di giri attorno al proprio asse che la moneta ha compiuto quando ripassa dalla posizione di partenza, dove viene fermata dall'arbitro.

Sarà "testa" o "croce"?

Problema 2

Un giocatore di una squadra dei campionati europei di calcio colpisce il pallone lanciandolo in alto direzione verticale con velocità v_0=30 m/s. Trascurando l'effetto dell'attrito dell'aria e delle dimensioni del pallone, si calcoli lo spostamento del punto di caduta del pallone, rispetto al punto dove viene calciato, dovuto all'accelerazione di Coriolis. Si calcoli inoltre la componente orizzontale (ovvero rispetto al suolo) della velocità al momento dell'impatto col terreno. L'accelerazione di Coriolis contribuisce a modificare l'energia cinetica del pallone? (si motivi la risposta)

NB: la velocità angolare di rotazione della terra attorno al suo asse è

$\omega=7.27\ 10^{-5}$ rad/sec, il raggio della terra è $r=6.37\ 10^{6}$ m. I campionati di calcio si svolgono in Austria e Svizzera , ad una latitudine di circa $\theta \approx 50^{o}$.

Soluzioni

Problema 1:

La moneta subisce un urto che le trasferisce un momento lineare di modulo *p*. La velocita' iniziale del centro di massa e' quindi

$$v_0 = \frac{p}{m} \quad .$$

Per effetto dell'urto, la moneta acquisisce anche un momento angolare di modulo $L = p\, r$. La velocita' angolare iniziale e' dunque

$$\omega_0 = \frac{rp}{I} = \frac{4p}{mr} \quad ,$$

dove

$$I = \tfrac{1}{4} m r^2$$

e' il momento d'inerzia della moneta (disco sottile). Se si trascura l'effetto dell'attrito dell'aria, la velocita' angolare di rotazione attorno al centro di massa rimane costante durante il moto. La velocità del CM descresce secondo la relazione

$$v = v_0 - gt$$

e si annulla al tempo $t^* = v_o/g$. La moneta raggiunge la mano dell'arbitro dopo un tempo $2t^*$. L'altezza massima raggiunta e' in relazione all'impulso iniziale secondo la legge

$$h = v_0 t^* - \tfrac{1}{2} g t^{*2} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p^2}{2m^2 g}$$

Da cui si determina l'impulso iniziale. La legge oraria per la rotazione attorno all'asse della moneta e'

$$\theta(t) = \omega_0 t$$

Dunque l'angolo di rotazione totale di rotazione della moneta attorno all'asse, quando raggiunge la mano dell'arbitro e'

$$\theta(t) = 2\omega_0 t^* = \frac{8p^2}{m^2 g r} = \frac{16h}{r}$$

Il numero totale di giri e' dunque

$$N = \frac{\theta(2t^*)}{2\pi} \simeq 200$$

Essendo N pari, conviene quindi scommettere su "testa".

Problema 2

Durante la fase di salita, il pallone e' soggetto ad un accelerazine di Coriolis pari in modulo a

$$a_c = 2\omega v cos\theta$$

e diretta verso Ovest. Ponendo quindi $v=v_0-gt$ si ha

$$a_c = 2\omega v_0 cos\theta - 2\omega g cos\theta t$$

Integrando due volte rispetto al tempo si trova

$$\begin{aligned} v_c &= 2\omega v_0 cos\theta t - w g cos\theta t^2 \\ x &= \omega v_0 cos\theta t^2 - \frac{1}{3}\omega g cos\theta t^3 \end{aligned},$$

Dove x rappresenta lo spostamento verso Ovest dovuto all'accelerazione di Coriolis. Il pallone raggiunge la quota massima al tempo $t=v_o/g$. In questo momento si ha

$$\begin{aligned} a_c &= 0 \\ v_c &= \omega cos\theta \frac{v_0^2}{g} \\ x &= \frac{2}{3}\omega cos\theta \frac{v_0^3}{g^2} \end{aligned}$$

Nella fase di caduta, l'accelerazione di Coriolis e' diretta verso Est, essendo

$$a_c = -2\omega v cos\theta = -2\omega g t cos\theta$$

per cui

$$\begin{aligned} v_c &= \omega cos\theta \frac{v_0^2}{g} - \omega g cos\theta t^2 \\ x &= \frac{2}{3}\omega cos\theta \frac{v_0^3}{g^2} + \omega cos\theta \frac{v_0^2}{g} t - \frac{1}{3}\omega g cos\theta t^3 \end{aligned}$$

Dove x rappresenta lo spostamento totale, rispetto al punto in cui viene calciato il pallone. Il tempo di caduta e' ovviamente pari al tempo di salita $t=v_o/g$, quindi il pallone tocca il suolo con velocita' orizzontale nulla e spostato di

$$x = \frac{4}{3}\omega cos\theta \frac{v_0^3}{g^2}$$

verso Ovest. Inserendo i dati numerici si trova x = 0.015 m.