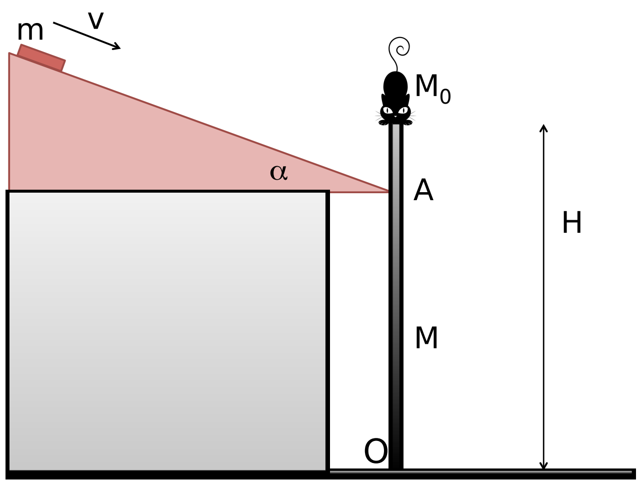
Fisica Generale I
A.A. 2017-2018, 29 agosto 2018

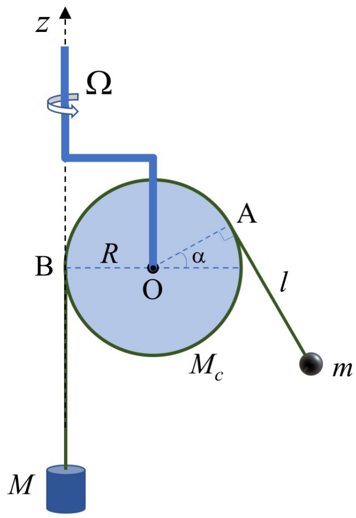
Esercizio I.1

Una scala di massa M e lunghezza H è appoggiata allo spiovente di un tetto nel punto A, come in figura, ad una altezza $(3/4)H$ dal punto di appoggio sul terreno O. Il tetto è inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzonte. L'appoggio è tale che la scala può ruotare liberamente attorno ad O, ma non traslare. In cima alla scala c'è un gatto di massa M_0. Inizialmente la scala si trova in quiete in posizione verticale. Una piccola tegola di massa m, con $m \ll M$, scivola sul tetto con velocità costante v.



a) Determinare il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra tegola e tetto.
b) Scrivere l'espressione del momento angolare della tegola e il momento d'inerzia della scala col gatto, entrambi rispetto ad O (tegola e gatto siano considerati puntiformi e la scala come un'asse sottile uniforme).
c) La tegola colpisce la scala in A. Se l'urto è elastico, quali grandezze fisiche si conservano nell'urto? Scrivere esplicitamente le equazioni corrispondenti, calcolare la velocità angolare della scala immediatamente dopo l'urto e verificare che il suo valore tende a zero se $m \ll M$.
d) Quali grandezze fisiche si conservano dopo l'urto? Con quale velocità angolare la scala colpisce il terreno, se il gatto rimane aggrappato alla scala?
e) In realtà il gatto, che è furbo, preferisce staccarsi dalla scala nell'istante dell'urto con la tegola, lasciandosi cadere verticalmente, limitando così i danni della caduta. Perché?

Esercizio I.2



Una corda inestensibile e di massa trascurabile è avvolta attorno ad una carrucola di massa $M_c = 2$ kg e raggio $R = 15$ cm. Ad una estremità della corda è appesa una massa M che si trova sull'asse verticale z passante per il punto B, come in figura. All'altra estremità è appesa una massa $m = 400$ g. La carrucola può ruotare liberamente attorno al proprio asse passante per il suo centro O. Inoltre, tramite un braccio rigido, essa è connessa all'asse z in modo tale che il piano verticale contenente la carrucola e le masse viene tenuto in rotazione attorno a z con velocità angolare costante Ω. Tutto il sistema è in quiete nel sistema di riferimento in rotazione e il tratto di corda che sostiene la massa m, di lunghezza $l = 25$ cm, forma un angolo $\alpha = 30°$ rispetto alla verticale.

a) Tracciare il diagramma di corpo libero per la massa m e calcolare Ω.

b) Calcolare la tensione della corda T e la massa M.

c) Calcolare il momento angolare del sistema rispetto all'asse z. A tale scopo, si ricordi che il momento d'inerzia di un disco massa M_c e raggio R per rotazioni attorno ad un proprio diametro vale $(1/4)M_cR^2$; inoltre si considerino m e M come masse puntiformi.

d) La corda improvvisamente si spezza in A. Si descriva la traiettoria della massa m e si determini l'accelerazione di caduta della massa M.

Esercizio II.1

Un quinto di mole di un gas ideale biatomico è contenuto in un recipiente dotato di pistone mobile di superficie $S = 40$ cm^2 e massa trascurabile. La pressione esterna è $P_{\text{ext}} = 10^5$ Pa. Sopra al pistone, è presente una molla di costante elastica $k = 250$ N/m che si comprime quando il pistone sale.
a) All'inizio il gas si trova in uno stato di equilibrio A a temperatura $t_A = 13°$C e con la molla alla sua lunghezza a riposo. Determinare i valori della pressione P_A e del volume V_A.
b) Successivamente al gas viene fornito lentamente calore facendolo espandere fino allo stato di equilibrio B con $V_B = 1.1V_A$. Scrivere l'espressione analitica della pressione in funzione del volume durante il riscaldamento del gas e calcolare la pressione e la temperatura in B.
c) Poi il pistone viene bloccato e il recipiente viene messo a contatto con un termostato a temperatura t_A. Determinare la variazione di energia interna e di entropia del gas a seguito di questa operazione.
d) Infine il pistone viene sbloccato e viene spostato lentamente fino alla posizione iniziale, mantenendo il sistema a contatto termico con il termostato. Qual è il calore scambiato dal gas con il termostato in questo processo?
e) Disegnare il ciclo in un diagramma P-V e calcolarne il rendimento.
f) Calcolare la variazione di entropia dell'universo sull'intero ciclo.

Esercizio II.2

Un blocco di piombo solido di massa $m = 100$ kg è a una temperatura iniziale $T_1 = 457.3$ K e viene inserito in un forno di potenza $P = 5000$ W.
a) Dopo un intervallo di tempo $\delta t = 5$ min, il blocco di piombo è ancora solido e ha raggiunto la temperatura $T_2 = 573.6$ K. Determinare la capacità termica C e il calore specifico c del piombo.
b) Dopo altri 5 minuti metà del blocco di piombo si è fusa. Determinare la temperatura di fusione T_f e il tempo a cui la fusione inizia (è noto il calore latente di fusione del piombo: $\lambda = 23.2$ kJ/kg).
c) Calcolare la variazione di entropia del piombo tra i tempi $t = 0$ e $t = 2\delta t$.
d) Rappresentare in un grafico la temperatura del piombo in funzione del tempo, tra gli istanti $t = 0$ s e $t = 2\delta t$.

Soluzione esercizio I.1

a) Se la velocità della tegola è costante, la sua accelerazione è nulla e, dunque, la forza di attrito radente compensa esattamente la componente della forza peso lungo il piano inclinato, $F = mg \sin\alpha$. La forza di attrito è $F_{att} = \mu_d N$ dove N è il modulo della reazione vincolare ortogonale al piano, pari alla componente ortogonale della forza peso, $N = mg\cos\alpha$. Imponendo l'eguaglianza tra le due forze otteniamo

$$\boxed{\mu_d = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \simeq 0.58}\,. \tag{1}$$

b) Il momento angolare della tegola è un vettore perpendicolare al piano della figura. Il suo modulo è pari al modulo della quantità di moto mv moltiplicato per la distanza dal punto O della retta su cui la tegola si muove. Tale distanza è $b = (3/4)H\cos\alpha = (3\sqrt{3}/8)H$ e quindi il momento angolare è

$$\boxed{L = bmv = \frac{3\sqrt{3}}{8} mvH}\,. \tag{2}$$

Il momento d'inerzia del sistema composto dalla scala e dal gatto è la somma dei momenti d'inerzia di ciascuno

$$\boxed{I = I^{\text{scala}} + I^{\text{gatto}} = \frac{1}{3}MH^2 + M_0H^2 = \left(\frac{M}{3} + M_0\right)H^2} \tag{3}$$

dove per la scala abbiamo usato l'espressione valida per un'asta sottile e omogenea che ruota attorno ad un suo estremo.

c) Le quantità conservate durante l'urto sono il momento angolare totale, calcolato rispetto al vincolo O, e l'energia cinetica totale. Le equazioni che esprimono queste leggi di conservazione sono

$$\boxed{mvb = mv'b + I\omega_0} \tag{4}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2\,,} \tag{5}$$

dove v' e ω_0 sono, rispettivamente, la velocità della tegola lungo il piano inclinato e la velocità angolare della scala attorno ad O, immediatamente dopo l'urto. Notiamo che la quantità di moto totale non è una quantità conservata, data la presenza di un vincolo.
Mettiamo a sistema le due equazioni di conservazione e risolviamo per v' e ω_0. Dopo pochi passaggi algebrici si ottiene

$$\boxed{\omega_0 = \frac{2v/b}{1 + \frac{I}{mb^2}}}\,. \tag{6}$$

Ora, se $m \ll M$, indipendentemente dalla massa del gatto, il rapporto I/mb^2 tende all'infinito e la velocità angolare tende a 0. La scala, che era in una posizione di equilibrio instabile, inizia a ruotare con velocità iniziale trascurabile.

d) Dopo l'urto, il sistema composto dalla scala e dal gatto conserva la sua energia meccanica, essendo la forza peso una forza conservativa. Non si conserva invece il momento angolare, dato che il peso esercita un momento rispetto a O, né la quantità di moto, data la presenza del vincolo. La conservazione dell'energia meccanica permette di calcolare la velocità angolare del sistema nel momento dell'impatto con il terreno. Basta eguagliare l'energia cinetica finale all'energia potenziale iniziale, ricordando che la scala inizia a muoversi da ferma, come dimostrato al punto precedente:

$$\frac{1}{2} I\omega^2 = M_0 gH + Mg(H/2)\,, \tag{7}$$

da cui

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{2gH}{I}\,(M_0 + M/2)} = \sqrt{\frac{2g(M_0 + M/2)}{H(M_0 + M/3)}}}\,. \tag{8}$$

e) Se il gatto si lascia cadere nell'istante dell'urto della tegola con la scala, la sua caduta è verticale, da fermo. La conservazione dell'energia potenziale $M_0 gH$ in energia cinetica $(1/2)M_0 v_{\rm gatto}^2$, permette di calcolare la velocità con cui cade al suolo:

$$v_{\rm gatto} = \sqrt{2gH}\,. \tag{9}$$

Invece, se il gatto rimane aggrappato alla scala, la sua velocità nel momento in cui impatta con il suolo è data da H volte la velocità angolare calcolata al punto precedente e dunque:

$$v_{\rm gatto} = H\omega = \sqrt{2gH}\sqrt{\frac{M_0 + M/2}{M_0 + M/3}}\,. \tag{10}$$

La radice a destra è sempre maggiore di 1 e vale al massimo $\sqrt{3/2}$ se il gatto è molto più leggero della scala. Quindi, per urtare il terreno alla minima velocità, al gatto conviene lasciarsi andare in caduta libera piuttosto che seguire la scala (ma se è veramente furbo, salta direttamente sul tetto, che è meglio).

Soluzione esercizio I.2

a) Nel sistema di riferimento rotante con velocità angolare Ω entrambe le masse sono in equilibrio e la carrucola è ferma. La massa m a sinistra è sottoposta a tre forze: la tensione della corda, la forza peso mg verticale e la forza centrifuga $m\Omega^2(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)$ orizzontale. Si noti che la distanza della massa m dall'asse di rotazione

$$d = R + R\cos\alpha + l\sin\alpha = 0.405 \text{ m}. \tag{11}$$

La tensione della corda, e dunque la corda stessa, si allinea con la risultante delle altre due forze; queste, da un punto di vista geometrico, rappresentano i due cateti di un rettangolo tali che

$$\frac{m\Omega^2(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)}{mg} = \tan\alpha \tag{12}$$

da cui

$$\boxed{\Omega = \sqrt{\frac{g\tan\alpha}{R + R\cos\alpha + l\sin\alpha}} = 3.86 \text{ s}^{-1}}\,. \tag{13}$$

b) Usando la stessa geometria di prima per la composizione delle forze agenti su m, la tensione della corda a destra può essere calcolata indifferentemente come $T = mg/\cos\alpha$ oppure come $T = m\Omega^2(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)/\sin\alpha$, i due risultati essendo uguali per costruzione. Usando la prima, che è più semplice, si trova

$$\boxed{T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}\, mg = 4.53 \text{ N}}\,. \tag{14}$$

A questo punto possiamo usare il fatto che la condizione di equilibrio per la carrucola impone che la tensione della corda a destra sia uguale a quella di sinistra, quest'ultima essendo pari a Mg. In questo modo possiamo ricavare

$$\boxed{M = \frac{T}{g} = \frac{2}{\sqrt{3}}\, m = 0.462 \text{ kg}} \tag{15}$$

c) Il momento d'inerzia del sistema è la somma dei momenti d'inerzia delle due masse e della carrucola. La massa M sta sull'asse di rotazione e quindi il suo momento d'inerzia è nullo. La massa m invece sta ad una distanza dall'asse pari a $R + R\cos\alpha + l\sin\alpha$ e il suo momento d'inerzia vale

$$I^{(\mathrm{m})} = m(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)^2\,. \tag{16}$$

Per la carrucola usiamo il teorema di Steiner. L'asse z è tangente al disco della carrucola in B. Sappiamo che una rotazione attorno ad un asse parallelo a z e passante per il CM comporta un momento d'inerzia pari a $(1/4)M_cR^2$. Dunque il momento d'inerzia per rotazioni attorno a B vale

$$I^{(\mathrm{carr})} = \frac{1}{4}M_cR^2 + M_cR^2 = \frac{5}{4}M_cR^2 \tag{17}$$

e il momento d'inerzia totale diventa

$$I = \frac{5}{4}M_cR^2 + m(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)^2 = 0.114 \text{ kg m}^2. \tag{18}$$

Pertanto, possiamo infine scrivere il momento angolare del sistema

$$\boxed{L = I\Omega = 0.44 \ \frac{\text{kg m}^2}{s}}. \tag{19}$$

d) Dall'istante in cui la corda viene tagliata, la massa m non risente più della tensione T che la teneva in un'orbita circolare attorno all'asse z. Adesso sarà soggetta unicamente alla forza di gravità. La velocità iniziale del moto sarà diretta tangenzialmente alla circonferenza che compieva prima del taglio e avrà modulo $v_i = \Omega(R + R\cos\alpha + l\sin\alpha)$. Siamo liberi di identificare con l'asse x la direzione della velocità iniziale v_i, in modo da poter scrivere le leggi orarie così

$$x(t) = v_i t \tag{20}$$
$$z(t) = -(1/2)\ gt^2 \tag{21}$$

e il moto sarà parabolico nel piano x-z, con vertice nel punto iniziale.
Sulla massa M, invece, persisterà una tensione verticale a causa del fatto che la corda è avvolta sulla carrucola. L'assenza della massa m a controbilanciare il peso della massa M comporterà una caduta di quest'ultima, ma non libera. Le equazioni del moto per la traslazione della massa M e la rotazione della carrucola attorno al proprio asse di simmetria passante per O sono le seguenti:

$$M\ddot{z} = Mg - T \tag{22}$$
$$I_0\ddot{\theta} = RT \tag{23}$$

dove $I_0 = (1/2)M_cR^2$. Ricordando che $dz = Rd\theta$ e risolvendo il sistema si ottiene l'accelerazione

$$\boxed{a = \ddot{z} = \frac{g}{1 + \frac{I_0}{MR^2}} = \frac{g}{1 + \frac{M_c}{2M}} = 4.70 \text{ m/s}^2}. \tag{24}$$

Notiamo, per inciso, che la rotazione della carrucola attorno all'asse z non ha effetti su questo risultato.

Soluzione esercizio II.1

a) Nello stato iniziale A la molla è scarica e pertanto la forza elastica che essa esercita sul pistone è nulla. Non nulle sono invece le forze dovute alla pressione esterna P_{ext} ed alla pressione interna del gas P_A. Imponendo l'equilibrio delle forze si ottiene

$$\sum_i F_i = -P_{\mathrm{ext}} S + P_A S = 0\,, \tag{25}$$

da cui

$$\boxed{P_A = P_{\mathrm{ext}} = 10^5\,\mathrm{Pa}}\,. \tag{26}$$

A questo punto è possibile calcolare il volume occupato dal gas utilizzando l'equazione di stato, sapendo che $n = 1/5$ e $T_A = 286.15$ K:

$$\boxed{V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 4.76 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 = 4.76\,\mathrm{l}}\,. \tag{27}$$

b) La pressione sul pistone varia in quanto la molla si comprime nella fase di espansione del gas. Dal punto di vista delle forze agenti sul pistone, tenuto conto che in ogni istante il sistema è prossimo all'equilibrio, si avrà

$$\sum_i F_i = P(V)S - P_{\mathrm{ext}} S - k\Delta x = 0\,, \tag{28}$$

dove abbiamo introdotto la pressione del gas $P(V)$, in funzione del suo volume V. La compressione della molla Δx può essere espressa in termini di V in questo modo:

$$\Delta x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V - V_A}{S}\,. \tag{29}$$

Dalle due precedenti equazioni possiamo ricavare l'espressione analitica

$$\boxed{P(V) = P_{\mathrm{ext}} + \frac{k}{S^2}(V - V_A)}\,. \tag{30}$$

La pressione del gas cresce linearmente con V e il coefficiente angolare è k/S^2. Il valore della pressione in B si ottiene inserendo in $P(V)$ il valore $V_B = 1.1 V_A$

$$\boxed{P_B = P_{\mathrm{ext}} + \frac{k(V_B - V_A)}{S^2} = P_{\mathrm{ext}} + \frac{0.1kV_A}{S^2} = 107437\,\mathrm{Pa}} \tag{31}$$

da cui è possibile calcolare anche la temperatura:

$$\boxed{T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 1.1\frac{P_B}{P_A} T_A = 338\,\mathrm{K}}\,. \tag{32}$$

c) Il gas viene messo a contatto termico con un termostato a temperatura T_A e scambia pertanto calore con esso fino a raggiungere la medesima temperatura. Questo processo di termalizzazione avviene a volume fissato, in quanto il pistone non è più libero di muoversi. Chiamiamo C lo stato finale raggiunto dal gas in seguito allo scambio di calore con il termostato. Come sappiamo, l'energia interna del gas dipende solamente dalla variazione di temperatura tra lo stato finale e quello iniziale. Pertanto la variazione di energia interna tra gli stati B e C è data da

$$\boxed{\Delta U_{BC} = nc_v(T_C - T_B) = nc_v(T_A - T_B) = -216\,\mathrm{J}}\,, \tag{33}$$

dove $c_v = (5/2)R$ è il calore specifico a volume costante di un gas ideale biatomico.
La variazione di entropia tra gli stati B e C è l'integrale di $\delta Q/T$ lungo la trasformazione, con $\delta Q = nc_v dT$. Dunque

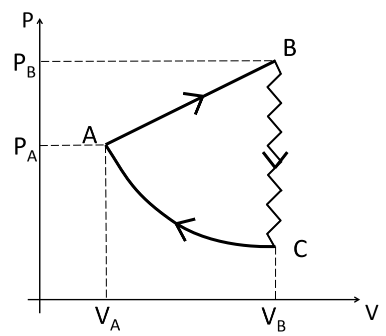
$$\boxed{\Delta S_{BC}^{\text{sist}} = nc_v^{(b)}\ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = nc_v^{(b)}\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = -0.692\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}}\,. \tag{34}$$

d) Quest'ultima trasformazione del ciclo avviene a contatto termico con il termostato. Si tratta quindi di una compressione isoterma quasistatica a temperatura T_A. L'energia interna rimane costante e il calore scambiato con il termostato è uguale al lavoro (negativo) eseguito dal gas,

$$W_{CA} = \int_C^A PdV = \int_C^A \frac{nRT_A}{V}dV = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)\,, \tag{35}$$

da cui

$$\boxed{Q_{CA} = W_{CA} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) = -45.3\,\mathrm{J}}\,. \tag{36}$$



e) Il ciclo è formato da un'espansione quasistatica caratterizzata da una relazione lineare tra pressione e volume (trasformazione A-B), da uno scambio di calore (irreversibile) con un termostato che porta la temperatura del gas da T_B a T_A (trasformazione B-C), e da un'ultima trasformazione isoterma quasistatica che avviene a temperatura T_A (trasformazione C-A), come mostrato in figura. Il rendimento del ciclo è definito da

$$\eta = \frac{W_{\text{tot}}}{|Q_{\text{ass}}|}, \tag{37}$$

dove W_{tot} è il lavoro totale compiuto dal gas, e Q_{ass} è il calore assorbito dal gas durante il ciclo. Il lavoro totale può essere calcolato come la somma dei lavori W_{AB} e W_{CA}, poiché il lavoro è nullo nella trasformazione B-C. Il lavoro W_{AB} è l'area del trapezio sotteso dal segmento AB,

$$W_{AB} = \frac{1}{2}(P_A + P_B)(V_B - V_A) = 49.37\,\text{J}\,, \tag{38}$$

mentre W_{CA} l'abbiamo calcolato al punto precedente. Dunque

$$W_{\text{tot}} = W_{AB} + W_{CA} = 49.37 - 45.3 = 4.07\,\text{J}\,. \tag{39}$$

Il calore assorbito è soltanto Q_{AB} e può essere calcolato dal primo principio, $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$, dove W_{AB} è il lavoro calcolato in precedenza, mentre la variazione di energia interna ΔU_{AB} ha lo stesso modulo di ΔU_{BC}, già calcolato al punto c), ma segno opposto, dato che le temperature agli estremi sono le stesse ma invertite. Quindi

$$Q_{\text{ass}} = Q_{AB} = W_{AB} - \Delta U_{BC} = 265\,\text{J}, \tag{40}$$

e di conseguenza il rendimento del ciclo

$$\boxed{\eta = \frac{W_{\text{tot}}}{Q_{\text{ass}}} = \eta = \frac{4.07\,\text{J}}{265\,\text{J}} \simeq 1.5\%}\,. \tag{41}$$

Si tratta di un ciclo scarsamente efficiente. Lo stesso risultato può essere ottenuto anche utilizzando l'espressione $\eta = 1 - |Q_{\text{ced}}|/|Q_{\text{ass}}|$.

f) Al fine di calcolare la variazione di entropia dell'universo in seguito all'intero ciclo, possiamo notare che le trasformazioni A-B e C-A sono entrambe reversibili. Pertanto,

$$\Delta S_{AB}^{\text{univ}} = 0 \qquad \text{e} \qquad \Delta S_{CA}^{\text{univ}} = 0\,, \tag{42}$$

ed è possibile identificare la variazione di entropia dell'universo con quella dovuta alla trasformazione irreversibile B-C, cioè

$$\Delta S_{\text{ciclo}}^{\text{univ}} = \Delta S_{BC}^{\text{univ}} = \Delta S_{BC}^{\text{sist}} + \Delta S_{BC}^{\text{amb}}\,. \tag{43}$$

La variazione di entropia del sistema in seguito alla trasformazione B-C l'abbiamo già calcolata al punto b) ed è pari a

$$\Delta S_{BC}^{\text{sist}} = -0.692\,\frac{\text{J}}{\text{K}}\,. \tag{44}$$

La variazione di entropia dell'ambiente è dovuta all'assorbimento di calore da parte del termostato a temperatura T_A, ed è pertanto

$$\Delta S_{BC}^{\text{amb}} = \frac{|Q_{BC}|}{T_A} = \frac{nc_v|T_C - T_B|}{T_A} = \frac{nc_v(T_B - T_A)}{T_A} = 0.753\,\frac{\text{J}}{\text{K}}\,. \tag{45}$$

La variazione di entropia dell'universo durante il ciclo risulta essere

$$\boxed{\Delta S_{\text{ciclo}}^{\text{univ}} = (0.753 - 0.692)\,\frac{\text{J}}{\text{K}} = 0.061\,\frac{\text{J}}{\text{K}}} \tag{46}$$

ed è maggiore di zero, come ci si aspetta.

Soluzione esercizio II.2

a) Durante l'intervallo di tempo δt = 5 min= 300 s, il blocco di piombo assorbe il calore

$$Q_{12} = P\delta t = 1500 \text{ kJ}\,,$$

e la sua temperatura passa da T_1 = 457.3 K a T_2 = 573.6 K. La capacità termica C è, per definizione,

$$\boxed{C = \frac{Q_{12}}{T_2 - T_1} = 1.29 \times 10^4 \text{ J/K}}\,. \tag{47}$$

Il calore specifico c si ottiene dividendo C per la massa del blocco:

$$\boxed{c = \frac{C}{m} = 129 \text{ J/(kg K)}}\,. \tag{48}$$

b) Durante l'intervallo di tempo tra $t = \delta t$ e $t = 2\delta t$, prima il blocco si scalda fino alla temperatura di fusione, e poi metà della sua massa si scioglie. Quindi il calore fornito dal forno al piombo si divide in due parti; nella fase di riscaldamento si ha

$$Q_{T_2 \to T_f} = C(T_f - T_2)$$

e nella fase di fusione parziale

$$Q_f = \frac{m}{2}\lambda = 1160 \text{ kJ}\,.$$

Dato che la somma dei due calori deve essere pari al calore totale assorbito in 5 minuti, cioè 1500 kJ, risulta che

$$Q_{T_2 \to T_f} = (1500 - 1160) \text{ kJ} = 340 \text{ kJ}\,.$$

Inserendo questo valore nella prima relazione troviamo

$$\boxed{T_f = T_2 + \frac{Q_{T_2 \to T_f}}{C} = 600\ \mathrm{K}}\,.$$

Nota la potenza del forno e sapendo che il calore richiesto per riscaldare il piombo fino alla temperatura di fusione è 340 kJ, ricaviamo l'istante di tempo in cui la fusione inizia:

$$\boxed{t_f = \delta t + \frac{Q_{T_2 \to T_f}}{P} = 368\ \mathrm{s}}\,.$$

c) La variazione di entropia si compone di due parti che corrispondono ai due processi: nell'intervallo di tempo $[0, t_f]$ il piombo viene scaldato da T_1 a T_f e nell'intervallo $[t_f, 2\delta t]$ metà della sua massa si scioglie a temperatura costante. Le due variazioni di entropia corrispondenti sono

$$\Delta S_{T_1 \to T_f} = C \ln \frac{T_f}{T_1} = 3.50\ \mathrm{kJ/K}$$

e

$$\Delta S_{\text{fusione}} = \frac{1}{T_f} \frac{m}{2} \lambda = 1.93\ \mathrm{kJ/K}\,.$$

Quindi la variazione di entropia totale è

$$\boxed{\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{T_1 \to T_f} + \Delta S_{\text{fusione}} = 5.43\ \mathrm{kJ/K}}\,. \tag{49}$$

d) La temperatura cresce linearmente fino all'istante t_f, calcolato al punto b), dopodiché rimane uguale alla temperatura di fusione T_f fino a $2\delta t$.