

Teoria di Galois: Esercizi 2

1. Trovare gli elementi di $\text{Gal}(E/\mathbb{Q})$ dove E è il campo di spezzamento di

(a) $x^2 - 2$,

(b) $x^3 - 2$.

Trovare una tavola di moltiplicazione di questi gruppi.

2. Sia $f = x^4 + 3x^2 + 1 \in \mathbb{Q}[x]$. È dato che è irriducibile; quindi $E = \mathbb{Q}[x]/\langle f \rangle$ è un campo con base $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3$ su \mathbb{Q} , dove $\alpha = [x]$.

(a) Dimostrare che $\alpha, -\alpha, \alpha^3 + 3\alpha, -\alpha^3 - 3\alpha$ sono radici di f in E .

(b) Dimostrare che E è un campo di spezzamento di f su \mathbb{Q} .

(c) Trovare gli elementi di $\text{Gal}(E/\mathbb{Q})$ e una tavola di moltiplicazione di questo gruppo.

3. Negli esercizi precedenti, trovare tutti i sottogruppi di $\text{Gal}(E/\mathbb{Q})$ e i loro campi intermedi corrispondenti.