

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

14 luglio 2003

1. Si consideri la funzione così definita:

$$f(x, y) := 1 - \frac{x^2}{4} - y^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

Descrivere l'insieme

$$\Omega := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid f(x, y) \geq 0\}$$

e calcolare il volume di

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x, y) \in \Omega, 0 \leq z \leq f(x, y)\}.$$

2. Si consideri la piramide  $P$  con “punta” in  $(0, 0, 1)$  e avente per base il quadrato di vertici  $(1, 1, 0)$ ,  $(-1, 1, 0)$ ,  $(-1, -1, 0)$ ,  $(1, -1, 0)$ . Inoltre, sia dato il campo definito da

$$F(x, y, z) := (2x - (2+x)\ln(2+x), y\ln(2+x), x+z), \quad (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

Calcolare il flusso (ascendente) di  $F$  attraverso la superficie laterale di  $P$ .

3. Scrivere la formula di Taylor della funzione

$$f(x, y) := \cos(x + y^3 + y + x^5 y^2), \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

nel punto  $(0, 0)$  e stabilire in tal punto la forma del grafico di  $f$ .

4. Data la curva piana

$$C := \{x + iy \mid y = 1 + x, -1 \leq x \leq 0\} \cup \{x + iy \mid y = 1 - x, 0 \leq x \leq 1\}$$

calcolare

$$\int_C e^{iz} z^2 dz$$

con entrambi i versi di percorrenza possibili per  $C$ .