

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

3 febbraio 2003

1. Siano dati l'insieme

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{3}/2 \text{ e } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\},$$

e il campo di vettori

$$F(x, y, z) := (y^3 e^{z^2}, y, \arctan x), \quad (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

Calcolare il flusso di  $F$  uscente dalla superficie  $\partial D$ .

2. Calcolare l'integrale

$$\int_A \frac{y}{\sqrt{x}} dx dy$$

dove

$$A := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \geq 0, \ 1/x \leq y \leq 2/x, \ \sqrt{x} \leq y \leq 2\sqrt{x}\}.$$

3. Calcolare

$$\int_C z e^z dz$$

dove  $C$  è la semicirconferenza  $\{(x, y) \in \mathbf{C} \mid x^2 + y^2 = 1, x \geq 0\}$ , percorsa in senso antiorario.

4. Data la funzione

$$f(x, y) := \sin(xy + x^3 + y^3), \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

determinare la forma del grafico di  $f$  nel punto  $(0, 0, 0)$ .