

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

11 luglio 2005

1. Sia P il parallelogramma nel piano di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(2,1)$ e poniamo

$$S := \{(x, y, x^2 + y^2) \mid (x, y) \in P\}.$$

Calcolare

$$\int_S \frac{xy}{\sqrt{1+4z}} d\mathcal{H}^2(x, y, z).$$

2. Sia Σ l'arco di elica parametrizzato da

$$t \mapsto (\cos t, \sin t, t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

e si consideri il campo di vettori

$$F(x, y, z) := (2xz, 2yz, x^2 + y^2), \quad (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

Calcolare $\int_{\Sigma} F$.

3. Determinare la funzione g tale che

$$u(x, y) := x^2 + g(y) - 4x + 1$$

risulti armonica e soddisfi

$$g(0) = g'(0) = 0.$$

Ricavare in seguito una funzione armonica coniugata di u .