

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

28 gennaio 2005

1. Sia B la palla di raggio 1 centrata nell'origine e C il cono

$$\{(x, y, z) \mid z \geq (x^2 + y^2)^{1/2}\}.$$

Considerato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) := (x^2 + y^2 + z^2 - 1)(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$$

calcolare

$$\int_{B \cap C} \operatorname{div} F$$

dapprima in modo diretto e in seguito avvalendosi del Teorema di Gauss della divergenza.

2. Calcolare l'area della regione costituita dai punti del piano

$$z = \sqrt{5}y$$

interni all'ellissoide

$$x^2 + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1.$$

3. Determinare un valore di a per il quale la funzione

$$u(x, y) := e^{ax} \cos y \sin y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

è armonica. Ricavare in seguito una funzione armonica coniugata di u .