Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)

16 luglio 2007

1. Si consideri la superficie

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2,\ z \leq 1\}$$

e il campo di vettori

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad (x, y, z) \mapsto (y, -x, x + y + z).$$

Verificare che vale il Teorema di Stokes (comunque si orienti S)

$$\int_S \text{rot } F = \int_{\partial S} F.$$

2. Stabilire per quali valori di α il campo

$$(x, y) \mapsto \left(\frac{\alpha + (1 - \alpha)x}{x + e^{-y}}, \frac{1 - \alpha + \alpha x}{x + e^{-y}} \right)$$

risulta conservativo nel primo quadrante del piano cartesiano.

3. Determinare i punti del primo quadrante in cui la funzione complessa

$$x + iy \mapsto \frac{x}{x + e^{-y}} + i \frac{1}{x + e^{-y}}$$

è derivabile.