

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

17 maggio 2007

1. Calcolare

$$\int_E z \, dx dy dz$$

dove

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x, z \geq 0\}.$$

2. Si consideri la funzione

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto \frac{x - y}{2(x + y)}$$

dove D è il parallelogramma di vertici $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 2)$ e $(3, 2)$. Calcolare

$$\int_{G_f} \frac{(x - y)^3 z^{-2}}{\sqrt{(x + y)^4 + x^2 + y^2}} dS.$$

3. Calcolare

$$\int_C e^{x-iy} dz$$

dove C è il segmento congiungente 0 (punto iniziale) a $1 + i$.