

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

27 agosto 2007

1. Calcolare il volume del solido ottenuto facendo compiere all'insieme

$$D := \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 \mid y \geq 0, \quad \sqrt{3}y \leq x, \quad (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$$

una rotazione completa intorno all'asse x .

2. Siano dati il campo vettoriale

$$F(x, y, z) := (zy, zx, y(x+1)), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

e la curva poligonale chiusa \overline{C} congiungente (nell'ordine) i seguenti punti

$$(0, 0, 0); \quad (1, 0, 0); \quad (1, 1, 0); \quad (0, 1, 0); \quad (0, 1, 1); \quad (0, 0, 1); \quad (0, 0, 0).$$

Applicare il Teorema di Stokes per calcolare

$$\int_{\overline{C}} F.$$

3. Determinare

$$\alpha \in \mathbb{R}, \quad v : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$$

tali che la funzione complessa

$$2x^3 + \alpha xy^2 + x^2 - y^2 - x - \alpha + 1 + iv(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{C}$$

è derivabile in \mathbb{C} .