

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

5 febbraio 2007

1. Calcolare

$$\int_E [(x - y^{1/2}) \ln y + 1] dx dy$$

dove

$$E := \{(x, y) \mid y \in [0, 1], x \in [y^{1/2}, 1 + y^{1/2}]\}.$$

2. Determinare il campo  $G = (G_1, G_2)$  avente come potenziale la funzione

$$(x, y) \mapsto (x^2 + y^2) \sqrt{1 + x^2 + y^2}.$$

Servirsi del Teorema di Green per calcolare

$$\int_D G_1 - G_2$$

dove  $D$  è il disco unitario centrato nell'origine.

3. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $-1, 1, i$ . Provare che la funzione

$$w \mapsto \int_{\partial T} \frac{3z^2 - z + 2}{(z - w)^3} dz$$

è costante all'interno di  $T$ .