

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)

22 gennaio 2008

1. Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione, intorno all'asse z , del triangolo di vertici

$$(0, 0, 0), \quad (0, 2, 0), \quad (0, 1, 1).$$

2. Si considerino: il cilindro

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z \in [0, 1]\},$$

il campo normale "esterno" a C

$$N : C \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad N(x, y, z) := (x, y, 0)$$

e infine un campo vettoriale $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, di classe C^1 , della forma

$$F(x, y, z) := (a(x, y), b(x, y), c(x, y, z)).$$

Verificare che, in questa situazione, la formula di Stokes

$$\int_{\partial(C, N)} F = \int_{(C, N)} \text{rot } F$$

si riduce all'uguaglianza

$$\int_C x \frac{\partial c}{\partial y} - y \frac{\partial c}{\partial x} = 0.$$

3. Discutere l'esistenza di primitive della funzione

$$f_\alpha : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad f_\alpha(x, y) := x^2 - y^2 + i\alpha xy$$

al variare di α in \mathbb{R} .