

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)

3 giugno 2008

1. Calcolare

$$\int_{\Pi} z(x^2 + y^2) dx dy dz$$

dove Π è la piramide avente per base il quadrato $ABCD$ con

$$A = (1, 1, 0) \quad B = (-1, 1, 0) \quad C = (-1, -1, 0) \quad D = (1, -1, 0)$$

e il vertice nel punto $(0, 0, 1)$.

2. Si considerino il quadrato Q di vertici

$$(0, 0, 0) \quad (1, 0, 0) \quad (1, 1, 0) \quad (0, 1, 0)$$

e il campo di vettori

$$F(x, y, z) := (y(z+1), x^2(1-z^2), \ln(1+x^2y^2z^4)), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Usare il Teorema di Stokes per calcolare l'integrale di F lungo ∂Q , con l'orientazione indotta dall'elenco dei vertici di cui sopra.

3. Provare che la funzione complessa

$$(x, y) \mapsto \ln(1+xy) + ixy$$

è derivabile soltanto in $(0, 0)$.