

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

6 luglio 2009

1. Sia V il sottoinsieme di \mathbb{R}^3 ottenuto da una rotazione completa della regione piana

$$\{(0, y, z) \mid 1/2 \leq y \leq 1, 2y^2 \leq z \leq y^2 + 1\}$$

intorno all'asse y . Calcolare

$$\int_V \frac{y}{(x^2 + z^2)^{1/2}} dx dy dz.$$

2. Sia C una curva piana regolare e sia

$$S := C \times [a, b] = \{(x, y, z) \mid (x, y) \in C, z \in [a, b]\}.$$

Dimostrare che $\mathcal{H}^2(S) = (b - a)\mathcal{H}^1(C)$.

3. Stabilire in quali punti la funzione complessa

$$x + iy \mapsto \frac{x}{y} + iy$$

è derivabile. Calcolare il valore della derivata in questi punti.