

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

24 agosto 2009

1. Sia  $P$  la regione convessa del piano  $yz$  avente per frontiera il poligono di vertici

$$(0, 0, 0), \quad (0, 1, 0), \quad (0, 2, 2), \quad (0, 0, 1).$$

Calcolare il volume della regione spaziale ottenuta facendo compiere a  $P$  una rotazione completa intorno all'asse  $y$ .

2. Sia  $P$  definito come nell'esercizio 1. Calcolare

$$\int_{\partial P} (0, -z, y)$$

dove l'orientazione scelta per  $\partial P$  è quella indotta dall'ordine in cui sono stati elencati i vertici nell'esercizio precedente.

3. Si considerino la funzione complessa

$$f(x, y) := xy + i \frac{(x + y)^2}{2}, \quad x + iy \in \mathbb{C}$$

e il segmento orientato  $\overline{C}$  avente  $(0, 0)$  come punto iniziale e  $(1, 0)$  come punto finale. Determinare:

- i punti in cui  $f$  è derivabile;
- l'integrale

$$\int_{\overline{C}} f(z) dz.$$