

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

12 gennaio 2009

1. Calcolare

$$\int_E e^{x^2+y^2} dx dy dz$$

dove  $E$  è la regione di spazio ottenuta da una rotazione completa intorno all'asse  $z$  dell'insieme

$$\{(0, y, z) \mid 0 \leq y \leq [\ln(1+z)]^{1/2}, 0 \leq z \leq 1\}.$$

2. Sia  $P$  la piramide limitata dai tre piani cartesiani di  $\mathbb{R}^3$  e dal piano passante per i punti

$$(1, 0, 0), \quad (0, 2, 0), \quad (0, 0, 3).$$

Determinare il flusso uscente da  $P$  del campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z) \mapsto (xyz, xyz, xyz).$$

Usare quindi il Teorema di Gauss della divergenza per calcolare

$$\int_P (yz + xz + xy) dx dy dz.$$

3. Provare che la seguente funzione complessa

$$(x, y) \mapsto \frac{(x + iy)(\cos y - i \sin y)}{e^x}, \quad (x, y) \in \mathbb{C}$$

è dotata di primitiva.