

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

26 gennaio 2009

1. Siano:

- $E$  la regione limitata del piano  $yz$  racchiusa dalle curve

$$z = 0, \quad z = y^2, \quad z = 1 - y^2;$$

- $V$  il solido ottenuto facendo ruotare  $E$  intorno all'asse  $z$ .

Calcolare

$$\int_V 2(x^2 + y^2 + z) \, dx dy dz.$$

2. Servirsi del teorema di Green per calcolare l'area dell'insieme  $E$  definito nell'esercizio precedente.

3. Provare che se  $u + iv$  è una funzione derivabile in  $\mathbb{C}$  allora vale l'uguaglianza

$$\operatorname{div}(u\nabla v) = 0.$$