

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 09/10**  
**ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09**  
01 febbraio 2010

**1.** Sia  $A$  la regione compatta del piano  $yz$  compresa fra l'asse delle  $y$  e la curva  $z = \sin y$ , con  $0 \leq y \leq 2\pi$ . Calcolare il volume del solido ottenuto da una rotazione completa di  $A$  intorno all'asse  $z$ .

**2.** Sia  $A$  la regione compatta del piano limitata dalle rette

$$y = 0, \quad y = x, \quad y + x = 1, \quad y + x = 2$$

e sia  $S$  il grafico della funzione

$$A \rightarrow \mathbf{R}, \quad (x, y) \mapsto x + y.$$

Calcolare

$$\int_S (x + y)z \, d\mathcal{H}^2(x, y, z).$$

**3.** Sia  $u$  la parte reale di una funzione derivabile nel sottoinsieme aperto  $\Omega$  di  $\mathbf{C}$  e sia  $E$  un sottoinsieme compatto di  $\Omega$  con frontiera regolare a tratti. Provare che allora

$$\int_{\partial E} u \nabla u = 0.$$