

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 09/10
ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09
07 giugno 2010

1. Sia

$$B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 1 - y^2\}.$$

Calcolare il volume della porzione di B compresa fra i piani di equazioni $x = 0$ e $y = x$.

2. Consideriamo il campo

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z) \mapsto (0, 0, z)$$

e il tronco di cilindro

$$\Gamma := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1 + y\}.$$

Calcolare il flusso ascendente di F attraverso l'ellisse

$$E := \{(x, y, 1 + y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

nei seguenti due modi:

- Mediante calcolo diretto;
- Applicando il teorema della divergenza alla regione Γ e al campo F .

3. Sia

$$f(w) := \int_{[0;w]} (z - w)^2 dz, \quad (w \in \mathbb{C}).$$

Verificare che f è derivabile in \mathbb{C} e calcolare f' .