

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 09/10
ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09

23 agosto 2010

1. Sia D la regione connessa e limitata del primo quadrante di \mathbb{R}^2 compresa fra le rette $y = x/\sqrt{3}$, $y = x\sqrt{3}$ e le circonferenze $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$. Sia inoltre S il grafico di

$$(x, y) \mapsto x^2 + y^2, \quad (x, y) \in D.$$

Calcolare

$$\int_S \frac{(x+y)z}{(1+4z)^{1/2}} d\mathcal{H}^2(x, y, z).$$

2. Si consideri il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x, y) := (2x|y|, x^2).$$

- Determinare un potenziale di F in $(0, +\infty)^2$;
- Stabilire (motivando la risposta) se esiste un potenziale di F in $(0, +\infty) \times (0, -\infty)$;
- Stabilire (motivando la risposta) se esiste un potenziale di F di classe C^2 in un insieme aperto contenente almeno un punto della retta $y = 0$.

3. Calcolare l'integrale complesso

$$\int_C 1 + i\sqrt{1-y^2} dz$$

dove C è il grafico della funzione \sin su $[-\pi/2, \pi/2]$, orientato di modo che $(-\pi/2, -1)$ ne sia il punto iniziale.