

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 10/11**  
**ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09**

5 luglio 2011

1. Sia  $C$  il cono avente per base il disco di raggio 2 centrato nell'origine e contenuto nel piano  $xy$  e per vertice il punto  $(0, 0, 2)$ . Posto

$$T := \{(x, y, z) \in C \mid 0 \leq z \leq 1\}$$

calcolare

$$\int_T \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{(2 - z)^2} dx dy dz.$$

2. Sia  $S$  il grafico della funzione

$$[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto y$$

e sia  $N$  il campo normale a  $S$  avente la terza componente positiva. Servirsi del Teorema di Stokes per calcolare

$$\int_{\partial(S, N)} (z, x, x).$$

3. Usare il Teorema di rappresentazione integrale di Cauchy per calcolare

$$\int_C \frac{z}{z - i} dz$$

dove  $C$  è la semicirconferenza parametrizzata da

$$\gamma(t) := 2(\cos t, \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$