

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 11/12
12 settembre 2012

1. Si calcoli

$$\int_E \frac{2y}{x} dx dy$$

dove E è la regione compatta del semipiano $x > 1$ limitata dalle curve

$$y = \ln x, \quad y = 2 \ln x, \quad y \ln x = 1, \quad y \ln x = 2.$$

2. Sia Γ il cono di equazione $z = (x^2 + y^2)^{1/2}$ e sia S la spirale parametrizzata da

$$\gamma(t) := (t \cos t, t \sin t, 0), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Sia inoltre C la curva regolare inclusa in Γ e tale che S coincide con la proiezione ortogonale di C in \mathbb{R}_{xy}^2 . Calcolare

$$\int_C (2 + z^2)^{-1/2} d\mathcal{H}^1(x, y, z).$$

3. Descrivere la famiglia delle funzioni $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che

$$u(x, y) := x^2 - 2x - p(y). \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

sia una funzione armonica in \mathbb{R}^2 . Data una p siffatta, determinare la funzione armonica coniugata di u che vale zero nell'origine.