

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 12/13**

2 luglio 2013

**1.** Siano  $\Sigma_0$  e  $\Sigma_1$ , rispettivamente, la sfera di raggio 2 centrata nell'origine e la sfera di raggio 1 centrata in  $(0, 2, 0)$ . Calcolare il volume di  $\Sigma_0 \cap \Sigma_1$ .

**2.** Si considerino le sfere  $\Sigma_0$  e  $\Sigma_1$  dell'esercizio 1. Calcolare l'area di  $\Sigma_1 \cap \partial\Sigma_0$ .

**3.** Studiare, per  $\rho \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$  e  $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ , la funzione complessa

$$\varphi(\rho, k) := \int_{C_\rho} \frac{(z+i)^2}{(z-i)^k} dz$$

dove  $C_\rho$  è la circonferenza di raggio  $\rho$  centrata nell'origine, percorsa in senso antiorario.