

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2013/2014**

9 giugno 2014

1. Calcolare

$$\int_E \left( \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 2 \right) dx dy dz$$

dove  $E$  è la regione di  $\mathbb{R}^3$  ottenuta da una rotazione completa di

$$\{(0, y, z) \mid 1 \leq z \leq 2, 1 \leq y \leq 1 + (z - 1)^{1/3}\}$$

intorno all'asse  $z$ .

2. Sia  $C$  la curva ottenuta intersecando il piano  $z = x + y - 2$  col cilindro  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ . Scelta per  $C$  un'orientazione  $\tau$  (a piacere), calcolare il seguente integrale di campo vettoriale

$$\int_{(C, \tau)} (xz, yz, x + y - z).$$

3. Si consideri la superficie

$$S := \{(x, y, 0) \mid (x, y) \in [-3, 3]^2 \setminus (1, 2)^2\}$$

orientata da

$$\nu : S \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \nu(x, y, 0) := (0, 0, 1)$$

e sia  $\tau$  la corrispondente orientazione di  $\partial S$ , nel senso del teorema di Stokes. Applicare allora tale teorema per calcolare

$$\int_{(\partial S, \tau)} (-y, x, \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)).$$