

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2013/2014

16 gennaio 2014

1. Posto

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}, \quad E := \{(x, y, z) \in C \mid y \leq z \leq y + 1\}$$

si svolgano i seguenti punti:

- (i) Calcolare $\mathcal{L}^3(E)$;
- (ii) Servirsi del risultato ottenuto in (i) e del teorema della divergenza per calcolare il flusso del campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (x, -y, z)$$

attraverso $\partial C \cap \partial E$ orientata dal campo normale esterno a E .

2. Eseguire di nuovo il calcolo del flusso considerato nel primo esercizio, stavolta direttamente (e cioè senza ricorrere al teorema della divergenza).

3. Calcolare

$$\int_{(\partial S, \tau)} F$$

dove:

- (i) $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{S}^2 \mid 0 \leq y \leq x, z \geq 0\}$;
- (ii) τ è un campo unitario tangente a ∂S , scelto arbitrariamente fra quelli continui nelle parti interne dei tratti regolari;
- (iii) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, F(x, y, z) := (yz, yz, yz)$.