**Prova scritta di**

**ANALISI MATEMATICA III**
**per il Corso di Laurea in Matematica**
**AA 2014/2015**

2 febbraio 2015

**1.** Calcolare $\mathcal{L}^3(E)$, dove

$$E := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2+y^2 \le 1,\, x \le y \le x\sqrt{3},\, 0 \le z \le 1-x^2-y^2\}.$$

**2.** Sia $E$ la regione compatta del piano racchiusa dalle curve

$$y = x^2, \quad y = 2x^2, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \sqrt{2x}.$$

e sia $F : E \to \mathbb{R}^2$ il campo di vettori definito come segue

$$F(x,y) := \left( \ln x \,,\, \frac{3}{2}x^2 + \sin y \right).$$

Usare il teorema di Green per calcolare

$$\int_{(\partial E, \tau_E)} F$$

dove $\tau_E$ indica l'orientazione positiva di $\partial E$.

**3.** Si consideri la superficie

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2+y^2 \le 1,\, y \ge 0,\, z = 1-y\}$$

e il campo di vettori $F : S \to \mathbb{R}^3$ così definito

$$F(x,y,z) := \left( \frac{y^2}{2} + z \,,\, xy \,,\, \sin(y+z) \right).$$

Scelta a piacimento l'orientazione $\tau$ di $\partial S$, calcolare

$$\int_{(\partial S, \tau)} F$$

servendosi del teorema di Stokes.