

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA II**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2014/2015**

5 luglio 2016

1. Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come segue

$$f(x, y) := \begin{cases} 1 & \text{se } xy = 0, \\ \frac{\sin(xy)}{xy} & \text{se } xy \neq 0. \end{cases}$$

Calcolare  $\nabla f(0, 0)$ . Provare che  $f$  è differenziabile in ogni punto di  $\mathbb{R}^2$ .

2. Provare che la funzione  $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come segue

$$f(x, y) := \begin{cases} 1 & \text{se } xy = 0, \\ \frac{\sin(xy)}{xy} & \text{se } xy \neq 0. \end{cases}$$

ha massimo globale e minimo globale. Determinare i punti di massimo e di minimo, locale e globale, di  $f$ .

3. Provare che il campo

$$F(x, y, z) := \left( 1, \frac{2yz}{1+y^2}, \ln(1+y^2) \right), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

è conservativo, senza calcolarne esplicitamente il potenziale. In seguito, calcolare un potenziale.