

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA II
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2014/2015

12 gennaio 2017

1. Provare che la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left[\sin\left(\frac{x}{n}\right) + \frac{1}{n^{|x|}} \right], \quad x \in \mathbb{R}$$

- converge puntualmente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- converge totalmente in $L^\infty([a, b])$, per ogni $0 < a < b < +\infty$.

2. Usare il teorema dei moltiplicatori di Lagrange per determinare il punto della retta R descritta dal sistema

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

che minimizza la funzione $\varphi|_R$, dove

$$\varphi(x, y, z) := \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2}, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

3. Siano

$$Q_1 := (0, +\infty) \times (0, +\infty), \quad Q_2 := (-\infty, 0) \times (0, +\infty), \quad Q := Q_1 \cup Q_2$$

e si consideri il campo di vettori $F : Q \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito come segue

$$F(x, y) := \begin{cases} \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 y}, \frac{y^2 - x^2}{x y^2} \right) & \text{se } (x, y) \in Q_1 \\ (0, x) & \text{se } (x, y) \in Q_2. \end{cases}$$

Provare che

- il campo di vettori $F|_{Q_1}$ è conservativo;
- non esiste un potenziale globale di F .