Prova scritta di

ANALISI MATEMATICA III
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2015/2016

6 giugno 2016

1. Calcolare il volume dell'insieme

$$E := \{(x, y, z) \in P \mid x^2 + y^2 \le 1\}$$

dove P è la piramide avente come vertici i punti

$$(-1, -1, 0), \quad (1, -1, 0), \quad (1, 1, 0), \quad (-1, 1, 0), \quad (0, 0, 1).$$

2. Si considerino:

- La superficie orientata (S, ν), con

$$S := \{(x, y, 1) \mid 1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$$

e

$$\nu : S \to \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z) \mapsto (0, 0, 1);$$

- Il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z) \mapsto (x + y, y + z, z + x).$$

Verificare che vale la formula di Stokes.

3. In riferimento alla serie di Fourier della funzione

$$f(x) := \begin{cases} \sin x & \text{se } x \in [-\pi, 0) \\ \cos x & \text{se } x \in [0, \pi] \end{cases}$$

calcolarne i coefficienti a_n (per $n \ge 0$) e descriverne la convergenza.