LABORATORY OF DIDACTICS OF MATHEMATICS
DIARIO DEL CORSO

SILVANO DELLADIO

2016-05-23 (17:16)

- **16 febbraio 2016 [3 ore].** Presentazione del corso. Formulazione del problema isoperimetrico. Il problema di Erone e la sua risoluzione elementare. Applicazione: proprietà ottica dell'ellisse. Il teorema dei moltiplicatori di Lagrange. Trattazione del problema di Erone attraverso il teorema dei moltiplicatori di Lagrange. Il problema isoperimetrico per i triangoli del piano I.

- **23 febbraio 2016 [6 ore].** Il problema isoperimetrico per i triangoli del piano II (inclusa esistenza, via-Weierstrass). Il problema isoperimetrico per i quadrilateri, risoluzione elementare e completa per step successivi, usando il teorema di Erone. Problema isoperimetrico per i poligoni con $2N$ lati:
  (i) La funzione area orientata e idea della dimostrazione dell'esistenza via-Weierstrass;
  (ii) Se esiste un poligono massimale, allora esso è quello regolare (in tre passi: convessità, equilateralità, inscrizione nel disco).

- **1 marzo 2016 [9 ore].** Sia $\mathcal{A}_p$ la famiglia dei sottoinsiemi aperti e connessi E del piano aventi frontiera di classe C^1 a tratti e tali che $\mathrm{per}(E) = p$. Allora

$$\sup_{E \in \mathcal{A}_p} \mathcal{L}^2(E) = \mathcal{L}^2(D)$$

  dove D è il disco di perimetro p (dimostrazione basata sulla risoluzione del problema isoperimetrico nella famiglia dei $2N$-poligoni). Simmetrizzazione di Steiner:
  (i) $\mathcal{L}^2(S_r(E)) = \mathcal{L}^2(E)$;
  (ii) $\mathrm{per}(S_r(E)) \leq \mathrm{per}(E)$; inoltre vale l'uguaglianza se e solo se E è simmetrico rispetto alla direzione di r.
  Dimostrazione di tale risultato nel caso in cui E è un poligono, via teorema di Erone. Due dimostrazioni nel caso più generale che E sia una regione compresa fra due grafici di funzioni C^1 a tratti. Applicazione: se E_M è un insieme massimale in $\mathcal{A}_p$ (i.e. se $\mathcal{L}^2(E_M) = \sup_{E \in \mathcal{A}_p} \mathcal{L}^2(E) = \mathcal{L}^2(D)$) allora $E_M = D$.
  Curvatura di un grafico I.

- **8 marzo 2016 [12 ore].** Curvatura di un grafico II. Applicazione del teorema dei moltiplicatori di Lagrange: Se E massimizza l'area fra gli insiemi aventi frontiera di classe C^2 e misura p, allora ∂E ha curvatura costante (cioè E è un disco). Richiami dalla teoria L^2 della serie di Fourier. Identità di Bessel. Disuguaglianza isoperimetrica: dimostrazione di Hurwitz.

- **15 marzo 2016 [15 ore].** Disuguaglianza isoperimetrica: conclusione della dimostrazione di Hurwitz. Presentazione del problema della brachistocrona. Deduzione del funzionale tempo. Variazione prima del funzionale tempo, equazione di Eulero. Osservazione: dall'equazione di Eulero segue subito che la brachistocrona è concava e che la sua retta tangente nel punto iniziale è verticale. Test di esclusione del segmento, della circonferenza e del grafico di $x \mapsto y_B(x/x_B)^\alpha$ con $\alpha \in (0,1)$. La curva cicloide: definizione e parametrizzazione. La curva cicloide verifica l'equazione di Eulero.
- **22 marzo 2016 [18 ore].** Proprietà tautocrona della cicloide. Il pendolo cicloidale. La risoluzione di Johann Bernoulli e un percorso didattico ad essa relativo. Particolari della metodologia didattica.
- **5 aprile 2016 [21 ore].** Equivalenza fra la condizione di brachistocrona ricavata dalla costruzione di Bernoulli e l'equazione di Eulero del funzionale tempo. Trattazione elementare dei test di esclusione per il segmento e per l'arco di circonferenza. Tre applet di geogebra relativi a un percorso di laboratorio sulla brachistocrona per la scuola secondaria di secondo grado. Applet geogebra relativo al pendolo cicloidale, applet geogebra relativo alla curvatura di un grafico. Introduzione alla geometria della sfera: punti, rette, segmenti, poligoni, angoli. Il prodotto scalare in $\mathbb{R}^3$.
- **12 aprile 2016 [24 ore].** Geometria del triangolo sferico. Formula dell'area e conseguenze. Formula del coseno di un angolo in termini dei lati. Un triangolo equiangolo è equilatero. Buone pratiche didattiche:
  - Cogliere l'idea di una dimostrazione attraverso gli esempi;
  - Trattazione a spirale (e.g. il limite, la derivata, l'area);
  - Le occasioni provviste dall'eserciziario standard;
  - L'insegnante baro.
- **19 aprile 2016 [27 ore].** Laboratorio.
  - Attività sul problema isoperimetrico.
    - Il problema isoperimetrico per i quadrilateri piani;
    - Il cappio nella lamina saponata;
    - Il recinto e le biglie;
    - Il problema isovolumetrico per i cilindri.
  - Attività sui triangoli sferici.
    - Tracciare e misurare segmenti;
    - Tracciare e misurare angoli;
    - Dato un triangolo, misurarne gli angoli e calcolarne l'area;
    - Tracciare un triangolo equilatero (con riga e compasso) e misurare l'angolo;
    - Dato un triangolo, disegnare il triangolo con i lati di lunghezza doppia; misurare gli angoli e calcolare le aree nei due triangoli.

- **26 aprile 2016 [30 ore].** Simulazioni di lezione e approfondimenti (si veda il file "Cronaca delle simulazioni");
- **3 maggio 2016 [33 ore].** Simulazioni di lezione e approfondimenti (si veda il file "Cronaca delle simulazioni");
- **4 maggio 2016 [36 ore].** Simulazioni di lezione e approfondimenti (si veda il file "Cronaca delle simulazioni");
- **17 maggio 2016 [39 ore].** Simulazioni di lezione e approfondimenti (si veda il file "Cronaca delle simulazioni");
- **24 maggio 2016 [42 ore].** Simulazioni di lezione e approfondimenti (si veda il file "Cronaca delle simulazioni").