

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA 3
per il Corso di Laurea in Matematica
(appello di recupero)
AA 2016/2017

20 giugno 2017

1. Calcolare

$$\int_A 4(x^2 + y^2) dx dy$$

dove A è la regione limitata del piano racchiusa dalle rette

$$y = x - 2, \quad y = x + 2, \quad y = -x - 1, \quad y = -x + 1.$$

2. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y, z) := (yz, -xz, z(x^2 + y^2)), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

e la semipalla

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}.$$

Usare il teorema della divergenza di Gauss per calcolare

$$\int_E (x^2 + y^2) dx dy dz = \int_E \operatorname{div} F dx dy dz.$$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione 2π -periodica tale che

$$f(t) = |t|^{1/2}, \quad \text{per ogni } t \in [-\pi, \pi).$$

- La funzione f è continua a tratti (motivare la risposta)?
- La funzione f è regolare a tratti (motivare la risposta)?
- In base ai teoremi noti e senza svolgere nessun calcolo, cosa si può dire sulla convergenza della serie di Fourier di f ?
- Calcolare i coefficienti b_n della serie di Fourier di f .