

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2016/2017

7 settembre 2017

1. Calcolare

$$\int_E x^2 y \, dx dy$$

dove

$$E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq y \leq x, x \leq 2\}.$$

2. Si considerino (nel piano):

- La spirale di Archimede C_1 parametrizzata da $\gamma(t) := (t \cos t, t \sin t)$, con $t \in [0, 2\pi]$;
- Il segmento C_2 congiungente l'origine al punto $(2\pi, 0)$;
- La regione limitata E tale che $\partial E = C_1 \cup C_2$.

Usare la formula di Green per calcolare l'area di E .

3. Studiare la convergenza puntuale e L^∞ della successione di funzioni $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ($n = 1, 2, \dots$) definite come segue:

$$f_n(x) := \begin{cases} \frac{e^{n \cdot x}}{x + e^n} & \text{se } x \neq -e^n \\ 0 & \text{se } x = -e^n. \end{cases}$$