

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2017/2018**

9 luglio 2018

1. Sia  $E$  il solido ottenuto da una rotazione completa intorno all'asse  $z$  dell'insieme

$$\{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq z \leq 2, z/2 \leq y \leq z\}.$$

Rappresentare graficamente  $E$  e calcolare

$$\int_E (x^2 + y^2)^{1/2} d\mathcal{L}^3(x, y, z).$$

2. Sia  $E$  l'insieme definito nel precedente esercizio, sia  $F \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$  il seguente campo di vettori

$$F(x, y, z) := (xz, -yz, (z-1)(x^2 + y^2)^{1/2}), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

e sia  $N$  il campo normale esterno alla frontiera  $\partial E$ . Inoltre sia

$$\Gamma_1 := \{(x, y, z) \in \partial E \mid z = 1\}, \quad \Gamma_2 := \{(x, y, z) \in \partial E \mid z = 2\}$$

e

$$S := \partial E \setminus (\Gamma_1 \cup \Gamma_2).$$

Calcolare gli integrali

$$\int_{\Gamma_1} F \cdot N d\mathcal{H}^2, \quad \int_{\Gamma_2} F \cdot N d\mathcal{H}^2.$$

Usare poi questi due risultati, il risultato di Esercizio 1 e il teorema della divergenza per calcolare

$$\int_S F \cdot N d\mathcal{H}^2.$$

3. Studiare la convergenza puntuale e la convergenza uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^2 - 2n^2 x}{n^4}.$$