

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2018/2019

16 luglio 2019

1. Indicato con D il disco di raggio 1 centrato nell'origine del piano xy , sia

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in D, 0 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}.$$

Si consideri inoltre il campo di vettori

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (x, y, z^2).$$

- Rappresentare graficamente E ;
- Calcolare $\int_E \operatorname{div} F \, dL^3$;
- Usare il teorema della divergenza per calcolare il flusso ascendente di F attraverso il grafico della funzione $D \ni (x, y) \mapsto 2 - x^2 - y^2$.

2. Sia B la palla unitaria centrata nell'origine di \mathbb{R}^3 . Se $u \in \partial B$, indichiamo con Π_u il piano ortogonale ad u passante per l'origine. Calcolare il minimo e il massimo della funzione

$$\Phi : \partial B \cap \mathbb{R}_{yz}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad \Phi(u) := \int_{\partial(B \cap \Pi_u)} (y^2, -z, x)$$

dove $B \cap \Pi_u$ va intesa come superficie orientata da u .

3. Studiare e descrivere le proprietà di convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(x^2 - 1)^{n^2 - 1}.$$