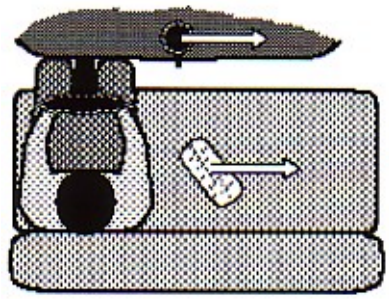
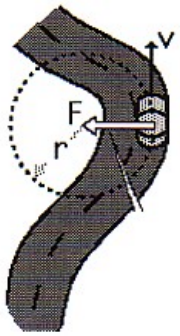
Forze Fittizie

Il termine forze "fittizie" viene usato per indicare le forze che si manifestano in un sistema accelerato, senza essere originate da nessuna interazione tra corpi o dalla presenza di un agente che le determini. Non si deve tuttavia credere che, come qualche testo dice, si tratti di "costruzioni mentali" o "pure finzioni". Esse si manifestano in un sistema come le altre forze e possono avere le stesse conseguenze delle forze "reali" determinate dall'interazione tra i corpi.

1. La Forza Centrifuga



Un caso facilmente sperimentabile è quello della forza centrifuga che avverte chi guida un automezzo in curva. Poiché sta curvando egli si trova in un sistema di riferimento ruotante e può accadere che egli osservi che oggetti, inizialmente fermi, si mettono in moto quando l'auto curva. L'esempio classico può essere lo spostamento in direzione laterale di un oggetto posto sul cruscotto o sul sedile, come illustrato in figura. Esso avviene nella direzione del raggio di curvatura e verso l'esterno della curva. A determinarlo è la forza centrifuga, presente nel sistema rotante, il cui modulo è pari a $m\omega^2 r$, ovvero espresso nei termini della velocità mv^2/r. La forza è tanto più elevata quanto maggiore è la velocità e minore il raggio di curvatura. Il fatto che non sempre si osservi che gli oggetti si spostano, è conseguenza dell'attrito statico tra questi e i piani su cui poggiano (cruscotto o sedile): se la forza centrifuga non è abbastanza elevata da superare la forza di attrito statico, gli oggetti restano fermi. Essi si mettono in moto dunque quando si affrontano curve a piccolo raggio (grande curvatura) con velocità elevate. Per un osservatore esterno (vedi figura), l'auto curva per



la presenza della forza centripeta $F=mv^2/r$, mentre gli oggetti sul cruscotto o sul sedile continuano a muoversi di moto rettilineo come prima della curva.
E' bene essere precisi: la forza centripeta si osserva nel sistema inerziale (esterno al corpo ruotante), mentre quella centrifuga è presente nel sistema di riferimento in rotazione. La prima è determinata da un'interazione con corpi esterni (come avviene nel caso di un pianeta che ruota attorno al Sole) o da un vincolo (agente) esterno al corpo in esame; la seconda dalla rotazione dell'osservatore solidale con il corpo.

2. Forza centrifuga e assenza di peso

La accelerazione di gravità g rappresenta la forza gravitazionale terrestre che agisce su un corpo di massa pari a 1 kg. Il suo valore dipende dalla distanza tra il corpo e il centro della Terra secondo la legge

$$g(r) = G\, m_T/r^2$$

ove $G=6.673*10^{-11}Nm^2/kg^2$ è una costante universale (la costante gravitazionale) , m_T è la massa gravitazionale della Terra e r è la distanza tra il corpo di massa unitaria e il centro della Terra. Il valore di g comunemente dato ($9.8\ m/sec^2$) corrisponde a una distanza pari al raggio terrestre r_T (si assimila la Terra a una sfera), vale a dire

$$g = g(r_T) = Gm_T/r_T^2$$

Supponiamo di considerare un astronauta di massa m fermo su di un satellite artificiale, che si muove su un orbita sferica di raggio r attorno alla Terra. Esso sarà soggetto a una forza pari a $mg(r)$; la corrispondente equazione del moto sarà allora.

$$mg(r_T/r)^2 = m\, v^2/r$$

Questa equazione ci dice che l'accelerazione centripeta necessaria per mantenere in orbita l'astronauta è fornita dalla forza di gravità alla distanza r.
Nel sistema di riferimento dell'astronauta la forza su di esso agente è nulla (infatti in questo sistema l'astronauta è fermo). Ciò avviene perché la forza attrattiva gravitazionale è equilibrata dalla forza centrifuga, il cui valore è appunto mv^2/r. Ciò risulta chiaro dal fatto che l'equazione precedente può scriversi anche nella forma

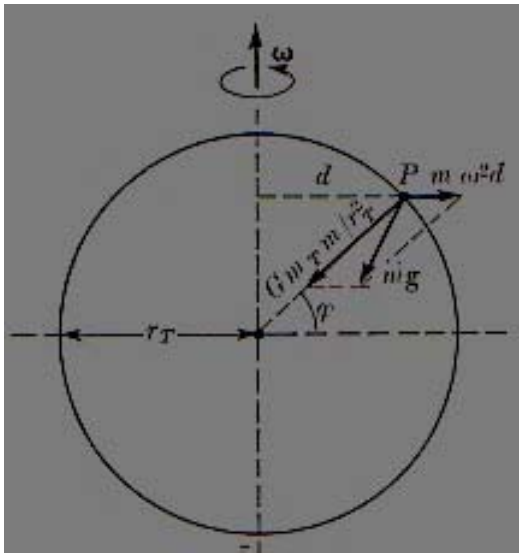
$$mg(r_T/r)^2 - m\,v^2/r = 0$$

che è appunto la forza totale agente sull'astronauta nel sistema solidale con il satellite.
Questo è il motivo per cui gli astronauti, come tutti i corpi all'interno del satellite, sperimentano assenza di peso.

Si dice talvolta che gli astronauti nello spazio si trovano in una regione al di fuori del campo gravitazionale terrestre. In realtà non è così: il satellite si trova ancora nel campo gravitazionale (se così non fosse non ruoterebbe attorno alla Terra), ma la forza di gravità è perfettamente bilanciata dalla forza centrifuga, così che l'astronauta si trova in assenza di peso.

3. Forza centrifuga e forza peso

La Terra è un sistema in rotazione: i suoi punti ruotano alla velocità angolare $\omega = 2\pi$ rad/giorno= $7.29*10^{-5}$ rad/sec. Naturalmente la velocità dei punti non è la stessa: un punto in prossimità dell'equatore si muove molto più velocemente di un punto vicino ai poli.



Questo si comprende facilmente se si considera il fatto che $v=\omega x r$. Con riferimento alla figura si osserva che il modulo della velocità con cui ruota un punto P fermo sulla superficie terrestre dipende dalla latitudine ϕ secondo la

$$v = \omega r_T \sin(\pi/2-\phi) = \omega r_T \cos\phi = \omega d$$

ove d rappresenta la distanza tra il punto P e l'asse terrestre di rotazione (cioè la direzione del vettore ω). In altri termini il punto P ruota su una circonferenza di raggio d con centro sull'asse di rotazione. La accelerazione diretta verso tale centro è pari a $\omega^2 d$, come nel moto circolare uniforme.

Se ora consideriamo il punto di vista di un osservatore solidale con la Terra, egli osserva che il punto P è soggetto a una forza centrifuga diretta lungo la direzione individuata da P e dall'asse Nord-Sud e pari a $m\omega^2 d$, che tende a spostare il punto dalla superficie terrestre; questa è tuttavia equilibrata dalla componente lungo la stessa direzione della forza gravitazionale, il cui modulo vale $m_T Gm/r_T^2$ e che è diretta verso il centro della Terra. Va precisato che nella figura l'intensità della forza centrifuga è esagerata rispetto a quella della forza gravitazionale. Per verificarlo calcoliamo la forza centrifuga all'equatore $\phi=\pi/2$ per un corpo di massa unitaria e confrontiamola con l'accelerazione di gravità. Otteniamo:

$$a_{centrifuga}=\omega^2 r_T = (7.29)^2 * 10^{-10} * 6.4 * 10^6$$
$$= 340 * 10^{-4} = 0.034\ m/sec^2$$

Nota: nel calcolo ho preso $r_T=6400\ km$. Come si vede si tratta di un valore circa 1000 volte più piccolo di quello dell'accelerazione di gravità.

Segue da queste considerazioni il fatto che la forza peso e quindi l'accelerazione di gravità misurata nel sistema di riferimento

terrestre dipende dalla latitudine. Sappiamo infatti che tale accelerazione è data dal rapporto tra il peso del corpo e la sua massa inerziale. Poiché **nel sistema terrestre alla interazione gravitazionale si somma la forza centrifuga il peso dipenderà dal valore di questa.** Inoltre l'accelerazione di gravità avrà direzione diversa nei diversi punti della sfera terrestre e risulterà diretta verso il centro della Terra solo nei punti equatoriali e ai poli.
Se prendiamo come riferimento i versori $\boldsymbol{e}_r$ ed $\boldsymbol{e}_\phi$ possiamo scrivere che l'accelerazione osservata nel sistema di riferimento terrestre è data da

$$\boldsymbol{g} = g_r \boldsymbol{e}_r + g_\phi \boldsymbol{e}_\phi$$

ove le componenti sono

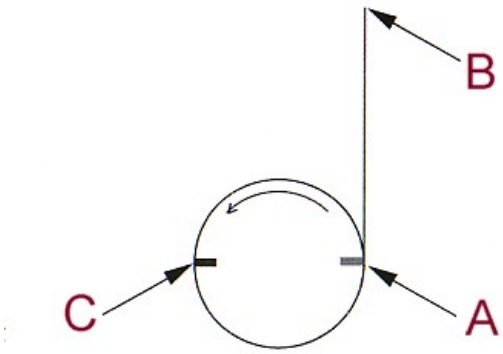
$$g_r = -Gm_T/r_T^2 + \omega^2 d \cos\phi$$
$$g_\phi = \omega^2 d \sin\phi$$

Lo studio sperimentale della variazione di $\boldsymbol{g}$ in funzione della latitudine porta a valori diversi da quelli ottenuti con questo semplice modello. Infatti la superficie terrestre non è sferica, ma schiacciata ai poli e quindi anche la distanza della superficie dal centro varia con la latitudine.

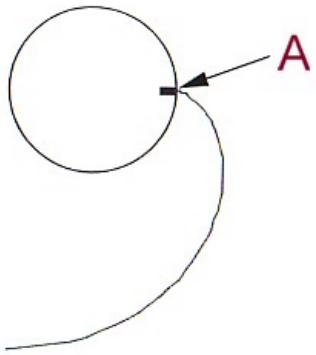
4. Forza di Coriolis

Immaginiamo ora che un ragazzo si trovi fermo sul bordo di una piattaforma in rotazione e che, a un certo istante, lasci cadere una palla che ha in mano. Siamo interessati a studiare il moto della palla. Cominciamo considerando il moto in un piano orizzontale, cioè supponiamo di osservare il movimento della palla dall'esterno della piattaforma e guardandola dall'alto. Trascuriamo l'effetto della gravità, che tende a far cadere la palla. In questa ipotesi il

moto risulta come in Figura. Il punto A rappresenta la posizione iniziale del ragazzo e della palla, il punto B una posizione successiva della palla e il punto C la corrispondente posizione del ragazzo. Come si vede per l'osservatore esterno la palla si allontana dalla piattaforma lungo la tangente, mantenendo il proprio stato di moto.



Domandiamoci ora quale è il cammino della palla che osserva il ragazzo. Essendo solidale con la piattaforma egli resta fermo e per poter vedere la palla egli deve ruotare la testa; infatti la traiettoria orizzontale risulta per lui come in figura. Il punto A rappresenta la posizione del ragazzo, che resta fissa nel sistema di riferimento solidale con la piattaforma. Questa traiettoria si spiega solo se esiste una forza che ha una componente diretta verso l'esterno della piattaforma (la palla si allontana) e una che fa ruotare la palla rispetto al ragazzo.



Per poter comprendere questo risultato osserviamo che nel sistema di riferimento esterno alla piattaforma la palla si muove di moto rettilineo uniforme in quanto non è soggetta ad alcuna forza (trascuriamo, come già detto, l'effetto della forza peso, che determinerebbe il moto verticale della palla); per contro nel sistema solidale con la piattaforma sono presenti la forza centrifuga e quella di Coriolis, cioè la palla è soggetta alla forza:

$$\boldsymbol{F} = -m\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}) - 2m\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}_{centrifuga} + \boldsymbol{F}_{coriolis}$$

ove il primo termine rappresenta la forza centrifuga, il secondo quella di Coriolis. Sappiamo che la velocità angolare è diretta in

direzione normale alla piattaforma; se prendiamo un sistema di coordinate polari piane con origine nel centro della piattaforma e indichiamo con $\boldsymbol{e}_r$ il versore diretto radialmente all'orbita in un dato punto, allora avremo che $\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r$, mentre la velocità avrà una componente radiale e una angolare, cioè

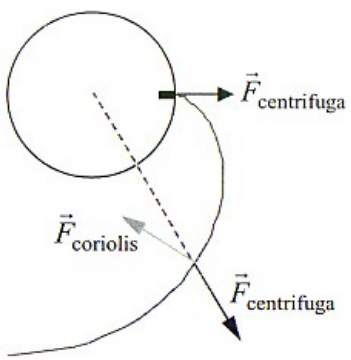
$$\boldsymbol{v} = v_r\boldsymbol{e}_r + v_\phi\boldsymbol{e}_\phi$$

Si possono effettuare facilmente i prodotti vettoriali e si ottiene

$$\boldsymbol{F}_{centrifuga} = m\omega^2 r\boldsymbol{e}_r$$

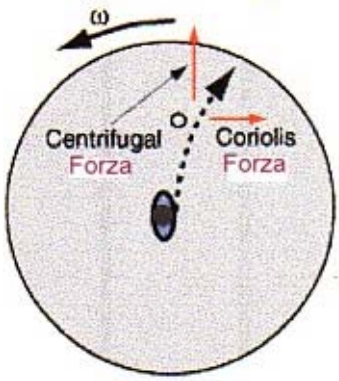
$$\boldsymbol{F}_{coriolis} = 2m\omega\,(v_\phi\,\boldsymbol{e}_r - v_r\boldsymbol{e}_\phi)$$

Si noti che, mentre la forza centrifuga è diretta radialmente verso l'esterno della piattaforma, la forza di Coriolis ha una componente diretta verso l'esterno e una componente tangenziale in direzione angolare.



Quando la palla viene rilasciata entrambe le componenti della velocità sono nulle, ed è quindi presente la sola forza centrifuga diretta verso l'esterno. E' questa che determina il sorgere di una componente radiale della velocità. Perciò all'inizio il ragazzo vede la palla allontanarsi ad angolo retto rispetto alla tangente. Nel seguito la componente angolare della forza di Coriolis determina una rotazione del moto della particella rispetto al ragazzo come illustrato nella figura.

Possiamo visualizzare la forza di Coriolis attraverso un altro esperimento. Immaginiamo che un giocatore di golf al centro della piattaforma ruotante, ma ignaro della rotazione, spedisca la pallina verso una buca posta sulla piattaforma. Il giocatore tenderà a sbagliare il tiro per due motivi: (i) perché la traiettoria impressa alla pallina risulterà spostata rispetto alla buca e (ii) la quantità di



moto impressa alla pallina sarà troppo elevata, cioè il tiro risulterà più forte del necessario. Naturalmente un buon giocatore, che tenesse conto della rotazione della piattaforma, sarebbe in grado di centrare la buca, ma abbiamo supposto che egli sia ignaro della rotazione e che proceda calibrando il tiro come farebbe abitualmente sulla terraferma.