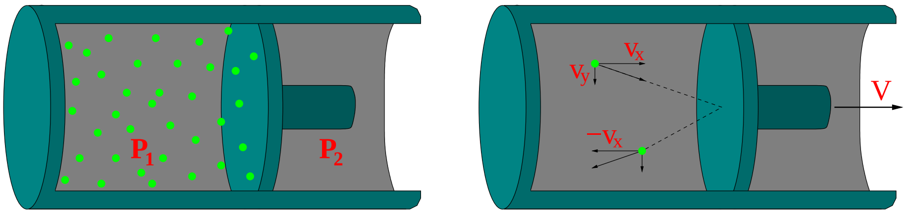
Energia interna di un gas perfetto in un processo adiabatico reversibile

Giuseppe Dalba

In una espansione adiabatica reversibile di un gas perfetto in un cilindro, la condizione di reversibilità impone che la pressione all'interno del cilindro eguagli la pressione all'esterno. Questo equivale a dire che le forze esterne devono compensare quelle interne e la loro risultante essere nulla. Di conseguenza il pistone nel cilindro si muove con velocità costante V:



La velocità $\vec{u}$ della molecola rispetto al sistema di riferimento solidale con il pistone ha componenti:

$$\vec{u} = (u_x, u_y, u_z) = (v_x - V, v_y, v_z)$$

Supponendo che l'urto sia elastico, la velocità della molecola dopo l'urto avrà la componente x cambiata di segno:

$$\vec{u'} = (u'_x, u'_y, u'_z) = (V - v_x, v_y, v_z)$$

Rispetto al sistema di riferimento del laboratorio allora la velocità dopo l'urto sarà:

$$\vec{v'} = (v'_x, v'_y, v'_z) = (u'_x + V, v_y, v_z) = (2V - v_x, v_y, v_z)$$

L'energia cinetica prima e dopo l'urto sarà rispettivamente:

$$E_i = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \qquad \text{e} \qquad E_f = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m((2V - v_x)^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

La variazione di energia cinetica quindi è:

$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}m((2V - v_x)^2 - v_x^2) = -2mV(v_x - V)$$

Una trasformazione reversibile è quasistatica e comporta perciò un moto molto lento del pistone, cioè $V \ll v_x$. Possiamo allora sostituire il termine $(v_x - V)$ con v_x, per cui:

$$\Delta E \simeq -2mv_xV$$

Durante l'espansione reversibile l'energia cinetica, e quindi l'energia interna delle molecole, diminuisce. Vediamo che in base al primo principio della termodinamica questa energia si ritrova sotto forma di lavoro effettuato dal gas verso l'esterno. Nel caso di una compressione adiabatica reversibile si ha al contrario che l'energia interna del gas aumenta; il moto del pistone trasferisce energia cinetica alle molecole.