

Forze impulsive ed approssimazione d'impulso

Giuseppe Dalba

In questi appunti vogliamo chiarificare con un esempio numerico che cosa si intende per approssimazione di impulso. Consideriamo una pallina di raggio $R = 2\text{cm}$ e massa $m = 50\text{g}$ che viene colpita con una mazza; l'impulso che la mazza trasferisce alla pallina è tale che dopo un breve lasso di tempo la pallina si trova ad avere una velocità pari a $v_0 = 50\text{m/s}$ con un alzo di 45° (ovvero la velocità iniziale come quantità vettoriale è $v_0 \frac{\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}}$). L'impulso trasferito dalla mazza alla pallina si calcola facilmente:

$$I_M = p_f - p_i = mv_0 = 2,5 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Per fare un esempio realistico, supponiamo che la deformazione totale della pallina sia pari alla metà del suo raggio, ovvero $d \sim R/2 = 1\text{cm}$. La velocità con cui avviene questa deformazione può essere dell'ordine di $v_d = 25\text{m/s}$. Allora il tempo necessario alla mazza per deformare la pallina, e quindi per cederle l'impulso che abbiamo calcolato prima, è:

$$\tau = \frac{d}{v_d} = 4 \cdot 10^{-4}\text{s}$$

Quindi, la forza media esercitata dalla mazza sulla pallina nel lasso di tempo τ risulta:

$$\langle F_M \rangle = \frac{I_M}{\tau} \sim 6,3 \times 10^3\text{N}$$

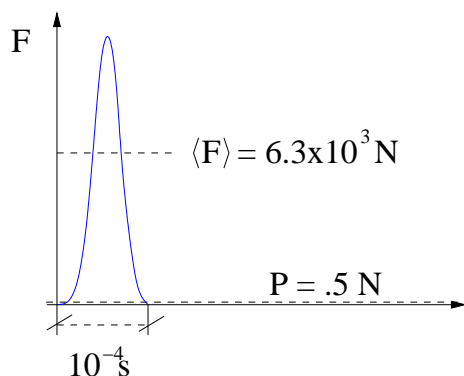
Dopo che la pallina è stata lanciata, essa si muove sotto il solo effetto del campo gravitazionale. Calcoliamo il tempo necessario affinché ritorni all'altezza da cui è stata lanciata:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \sim 7\text{s}$$

Mentre la pallina è in aria, il campo gravitazionale continua a trasferirle impulso. La quantità trasferita mentre la pallina è in volo risulta essere:

$$I_P = |\vec{p}_f - \vec{p}_i| = m|\vec{v}_f - \vec{v}_0| = 2mv_0 \sin \alpha = 2,5\sqrt{2} \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Vediamo allora che gli impulsi trasferiti dalla mazza e dal campo gravitazionale alla pallina sono confrontabili; quello che varia fortemente è il tempo durante il quale le forze hanno agito per trasferire questo impulso (10^{-4} secondi la mazza, circa 7 secondi la forza peso). Di conseguenza, la forza media esercitata dal campo gravitazionale è stata molto minore; questa forza, il peso, è costante e pari in modulo a circa $0,5\text{N}$, valore da confrontarsi con $\langle F \rangle$ dell'ordine di 10^4N .



Il grafico mostra dunque che durante il tempo τ l'effetto della forza peso è trascurabile rispetto a quello della mazza. L'approssimazione di impulso prescrive di separare, come abbiamo fatto in questo esempio, il moto in due parti distinte: nella prima parte, da $t = 0$ a $t = \tau$, si considera solo l'effetto di $\langle F \rangle$, nella seconda parte, per $t > \tau$, solo l'effetto della forza peso.