J. M. Ortega

Introduction au rayonnement synchrotron

Le rayonnement synchrotron a pris une très grande importance pratique depuis que l'on s'est aperçu que le rayonnement émis dans les anneaux de stockage constituait une source d'une intensité et d'une brillance spectrale exceptionnelles, en particulier à courte longueur d'onde :

- Rayons "X" ($h\upsilon \geq 1$ keV soit $\lambda \leq 10$ Å)

- "XUV" (10Å $\leq \lambda \leq$ 500 Å)

- "VUV" ("Vacuum Ultra-Violet" : 500 Å $\leq \lambda \leq$ 2000 Å)

- "UV" (0.2 µm $\leq \lambda \leq$ 0.4 µm) où le rayonnement est utilisé pour sa structure temporelle.

- Également la région de l'infrarouge (3 µm $\leq \lambda \leq$ 1 mm) où les sources classiques ont une brillance assez faible.

L'exploitation des possibilités de ces sources a donné lieu à la construction d'un grand nombre d'anneaux de stockage à travers le monde et à l'implantation et au développement auprès de ceux-ci d'un grand nombre d'expériences de toutes sortes. Par exemple le laboratoire LURE exploite 2 anneaux (Super-ACO : 800 MeV, DCI : 1800 MeV) afin de couvrir tout le domaine spectral et accueille environ un millier d'utilisateurs par an. Il exploite également un laser à électrons libres, CLIO, opérant entre 3 et 50 µm. Un autre fonctionne de façon expérimentale sur Super-ACO dans l'UV.

Toute particule chargée se déplaçant de façon non-uniforme (c'est à dire soumise à une accélération) émet un champ électromagnétique. Selon les directions respectives de l'accélération et du mouvement de la particule il peut y avoir émission ou absorption d'ondes électromagnétiques. Lors de l'absorption il y a accélération des particules (c'est ainsi qu'on les accélére avec des cavités radio-fréquence). Lors de l'émission il y a décélération des particules (d'où la nécessité d'une cavité radio-fréquence sur les anneaux de stockage pour maintenir leur énergie). Ces processus étant proportionnels à l'inverse de la masse de la particule sont beaucoup plus efficaces pour un électron que pour un proton ou un ion ($m_e/M_p \approx 10^3$). C'est ainsi que le rayonnement émis dans un anneau de stockage de protons (même de plusieurs dizaines de GeV) est très faible et ne contribue pratiquement pas à l'amortissement des oscillations des particules autour de leur point d'équilibre, alors que ce phénomène domine la dynamique des anneaux à électrons. Dans un "petit" système (tel un atome) les niveaux d'énergie sont très éloignés les uns des autres et le problème doit être traité quasi-exclusivement en mécanique quantique. Dans un grand système, tel un accélérateur, on peut se limiter dans la plupart des cas (mais pas toujours) à la **mécanique classique relativiste**.

Usuellement, on désigne sous le nom de **"rayonnement synchrotron"** le rayonnement émis par des électrons tournant dans un anneau de stockage. En fait, il s'agit plutôt de tout rayonnement émis par des particules de haute énergie se propageant dans le vide. Dès que le mouvement des particules n'est pas rectiligne et uniforme du rayonnement est émis. Lorsque la particule possède une vitesse proche de la lumière la fréquence du rayonnement est déplacée vers les courtes longueur d'ondes (vers le "bleu" contrairement au rayonnement des galaxies, vers le "rouge", que l'on regarde s'éloigner), par **"effet Doppler relativiste"**. Le déplacement relatif en fréquence atteint plusieurs ordres de grandeurs pour les particules possédant une énergie cinétique grande par rapport à leur énergie de masse. Ceci permet d'atteindre des longueurs d'onde courtes, telles celles des rayons X, et donc de s'affranchir de la nécessité d'utiliser des émetteurs dont la taille est comparable à la longueur d'onde. On pourrait dire qu'au lieu d'utiliser des émetteurs "quantiques", donc peu maniables, on utilise des émetteurs macroscopiques, facilement manipulables, dont on déplace la longueur d'onde par effet Doppler.

Historiquement, on a considéré d'abord le rayonnement émis sur une orbite circulaire, telle celle décrite dans un synchrotron. Par la suite, on s'est aperçu qu'en imprimant à des électrons, parcourant originellement une ligne droite, un mouvement transverse périodique, éventuellement sinusoïdal, on obtenait un rayonnement encore plus intéressant pour le spectroscopiste : on désigne ce dispositif par le nom d'**"onduleur"** (en fait l'onduleur est le dispositif, généralement magnétique, qui imprime aux électrons ce mouvement transverse périodique). Lorsque le mouvement transverse est sinusoïdal, l'onduleur est assimilable à une antenne en mouvement, dite **"antenne relativiste"**. Étant donnée l'importance des onduleurs, je commencerai par discuter de manière physique les propriétés de ces dispositifs. En effet, l'origine des propriétés particulières du rayonnement synchrotron est beaucoup plus facile à appréhender dans le cas de l'onduleur que dans celui de la trajectoire courbe, même si l'habitude s'est prise dans la plupart des cours de commencer par celle-ci. En outre l'onduleur est l'élément essentiel du **"laser à électrons libres (LEL)"**. Ce dernier est également du rayonnement synchrotron, mais dans lequel les contributions des différents électrons sont exactement en phase et s'additionnent efficacement donnant un rayonnement que l'on qualifie également d'**"émission cohérente"**.

Enfin, il ne faut pas oublier qu'il existe d'autres formes de rayonnement émis par une particule chargée de haute énergie, non introduits ici, qui peuvent être d'importance pratique variable : Bremstrahlung (décélération longitudinale), Cerenkov (rayonnement émis dans un milieu matériel transparent), rayonnement de transition (rayonnement émis à l'interface entre milieux d'indices différents). Comme ils sont également dominés par l'effet Doppler, ils présentent certaines caractéristiques communes avec le rayonnement synchrotron (par exemple : l'ouverture du cône d'émission limité à $1/\gamma$ où γ est le rapport de l'énergie totale de la particule à son énergie de masse). Des effets collectifs (émission cohérente, amplification laser) peuvent apparaître également. Ils ont été très largement étudiés ces dernières années et plusieurs ont connu un certain développement, en particulier pour les diagnostics de faisceaux d'électrons

.

L’ANTENNE RELATIVISTE

On peut comprendre qualitativement le rayonnement synchrotron en imaginant une « antenne relativiste » (voir figure) : Une antenne fixe, vibrant à une fréquence ν_i, emet à une longueur d’onde :

$\lambda_i = c/\nu_i$

Pendant un temps T determiné, l’antenne emet un train d’onde composé d’un certain nombre de périodes. Ce train est localisé dans la zone de l’espace compris entre l’antenne et le « mur » situé à une distance égale à cT.

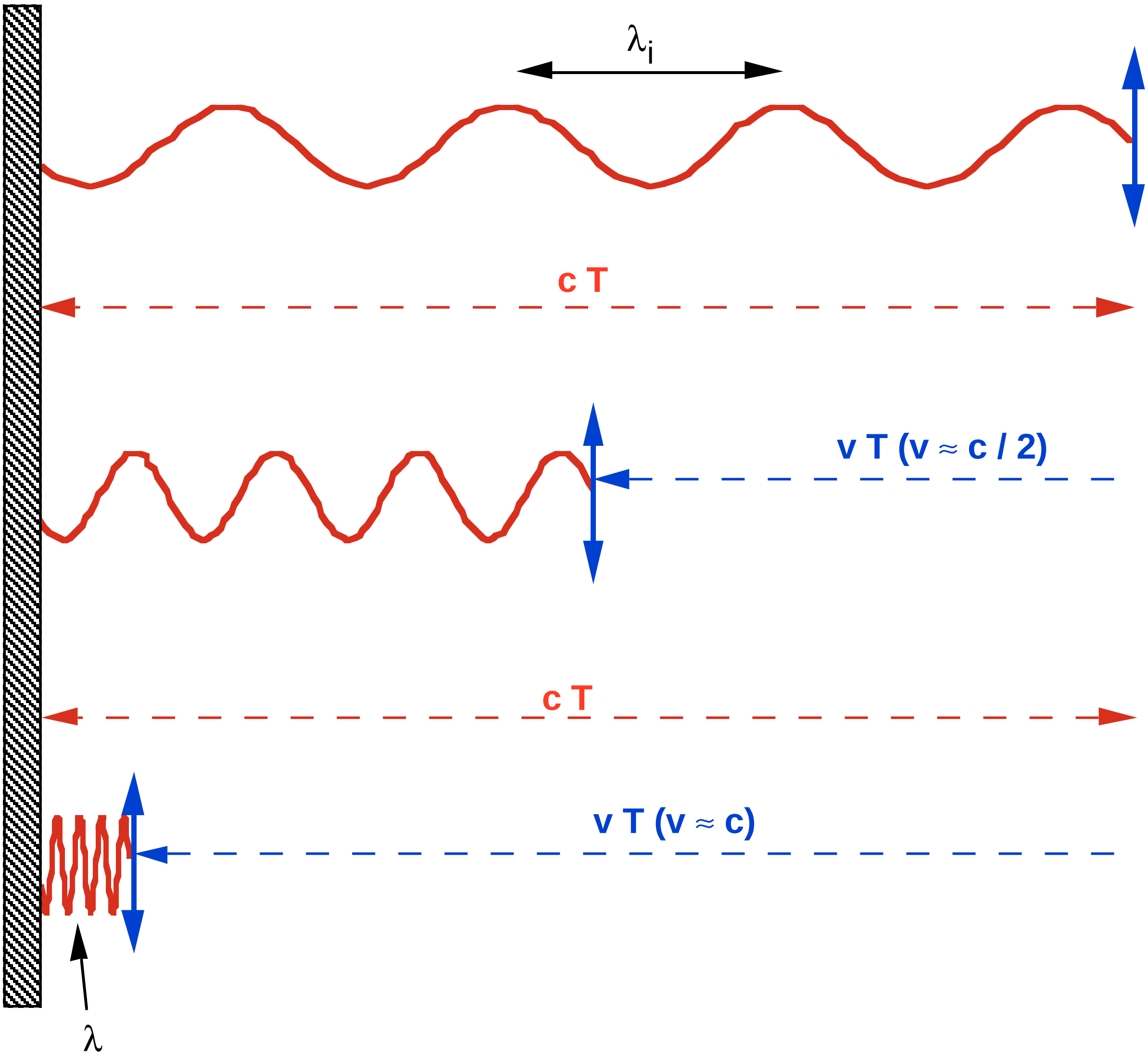
Imaginons que cette antenne se déplace à une vitesse v, comparable à celle, c, de la lumière. Elle vibre toujours à la même fréquence et, donc, le nombre de longueurs d’onde émises durant le temps T n’a pas varié. Le début du train se trouve necessairement à la position de l’antenne et l’extrémité sur le « mur » puisque la vitesse de la lumière est restée égale à c dans le referentiel de l’observateur (hypothèse relativiste) : Donc le train est plus court et comme il contient autant de périodes, chacune est plus courte que precedemment. Lorsque la vitesse de l’antenne devient très proche de celle de la lumière, le train d’onde est littéralement « écrasé » sur le mur relativiste… et la longueur d’onde émise peut devenir arbitrairement petite. Elle dépend de la vitesse de l’antenne, laquelle va tendre asymptotiquement vers c lorsq’on l’accélère. En pratique, cette antenne va être constituée de particules ultra-légères, tels des électrons, de manière à pouvoir les accélérer à des vitesses extrêmement proche de celle de la lumière (à 10^{-9} = 1/100000000 près !). On peut ainsi produire du rayonnement de longueurs d’onde très courtes, dans les rayons X, par exemple : c’est la base du rayonnement synchrotron.

Lorsque la vitesse de l'antenne, v, s'approche de c (c = vitesse de la lumière = 300 000 km/s) :

λ/λ_i **devient très petit = 10^{-6} à 10^{-10} en pratique**

On passe du centimètre à l'Angström !!

Antenne relativiste



Le nombre, N, de périodes lumineuses émises pendant T est indépendant de v

$$N\lambda_i/c = N(\lambda_i - \lambda)/v$$

$$\Longrightarrow \quad \lambda = \lambda_i\,(1 - v/c)$$

TRAITEMENT QUALITATIF DU RAYONNEMENT SYNCHROTRON :

L'exemple le plus simple de rayonnement "classique" est fourni par un électron "oscillant" à une fréquence determinée (terme dipolaire) : c'est le cas de l'antenne. La taille de l'antenne est proportionnelle à la longueur d'onde du rayonnement que l'on veut émettre, typiquement demi-onde. Aux très courtes longueur d'ondes, les tailles des antennes deviennent rédhibitoires. Surtout, on ne sait plus réaliser des amplificateurs suffisamment rapides. C'est pourquoi on utilise ces antennes "naturelles" que sont les atomes, dont les dimensions sont très petites. Le rayonnement peut y être "spontané" ou amplifié (laser), lorsque tous les atomes sont en phase. Une autre voie est de se tourner vers les faisceaux d'électrons ("tubes" et accélérateurs). Le faisceau d'électrons y constitue à la fois l'antenne et le milieu amplificateur (effets collectifs mentionnés plus haut), comme pour les atomes. Certains dispositifs fonctionnent seulement en amplificateurs (klystron, magnétron, gyrotron..). Le rayonnement synchrotron possède une caractéristique supplémentaire : on évite la condition de taille de l'antenne en faisant mouvoir celle-ci, c'est à dire le faisceau, à une vitesse très proche de la lumière. L'effet Doppler relativiste déplace les fréquences observées vers les courtes longueurs d'onde (contraction des longueurs). C'est cet effet Doppler relativiste qui donne ses principales caractéristiques au rayonnement : longueur d'onde, évolution avec l'angle d'observation, directivité. Schématiquement, contrairement aux tubes, il existe 2 modes de fonctionnement :

1/ L'équivalent de l'émission spontanée des atomes, où le rayonnement du faisceau possède les propriétés du rayonnement d'un seul électron (tenant compte de la taille du faisceau) : c'est le **rayonnement synchrotron "usuel"**.

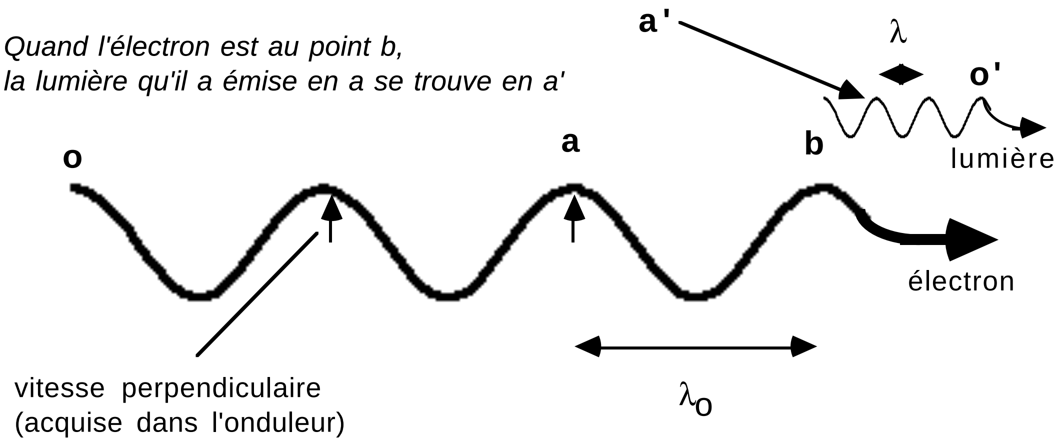
2/ Le mode amplificateur, où les effets collectifs dominent (émission cohérente, laser à électrons libres).

I - a : Rayonnement de l'onduleur :

L'antenne mobile est produite, en pratique, par un champ magnétique alterné statique, transverse à la direction de propagation des électrons, appelé **"onduleur"**, qui fait executer à ceux-ci des oscillations que nous supposerons sinusoïdales en première approximation.

La trajectoire de l'électron (ou plutôt, en toute rigueur, sa vitesse) décrivant une sinusoide, on comprend aisément qu'il va émettre un champ électrique qui aura la même forme et qui sera donc une onde progressive, électromagnétique. La période de l'onde sera-t- elle la même que celle de l'onduleur ? Non, car il faut tenir compte des vitesses de déplacement respectives de l'électron et du champ (la lumière). On peut la calculer très simplement par le raisonnement suivant :

Dans le vide, l'électron est toujours **dépassé** par la lumière qu'il vient d'émettre; il ne l'est que de peu dans la mesure où leur vitesses sont très proches. L'électron oscille spatialement avec la période de l'onduleur, λ_o. Quand il a parcouru une période d'onduleur (en un temps $T = \lambda_o/v$), la lumière a parcouru cette distance + une petite distance qui correspond nécessairement à la période de la lumière, λ (puisque les oscillations de l'électron et du champ sont simultanées).



La lumière a donc parcouru pendant le temps T la distance $\lambda + \lambda_o = cT = c\lambda_o/v$

On considère des particules se déplaçant à une vitesse "relativiste" soit :

$\vec{v} = \vec{\beta}\, c$

avec $(1 - \beta) << 1$

D'où $\lambda = \lambda_o(c/v - 1) = \lambda_o(1 - v/c).c/v$ or $c/v \approx 1$

$$\boxed{\lambda = \lambda_o\ (1 - v/c) = \lambda_o\ (1 - \beta)}$$

Ce résultat est très important. Il exprime l'effet Doppler relativiste qui est à la source du rayonnement synchrotron : la très petite différence entre v et c permet d'obtenir des longueurs d'onde arbitrairement petites. On l'exprime souvent en fonction du patramètre γ :

$$\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2} \quad \text{soit} \quad (1 - \beta^2) = 1/\gamma^2 \qquad \text{et :}$$

$$\lambda = \lambda_o\,(1 - \beta) = \lambda_o \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta} \cong \lambda_o \frac{1 - \beta^2}{2} \qquad \text{car } (1 + \beta) \cong 2$$

D'où :

$$\boxed{\lambda \cong \lambda_o / 2\gamma^2}$$

Considérons des ordres de grandeur. En dynamique relativiste on montre que :

$$\mathbf{E = \gamma\, mc^2} \qquad \text{(formule d'Einstein)}$$

Pour l'électron $mc^2 = 0.511$ MeV (l'eV est bien une unité d'énergie)

On voit que pour les energies usuelles des accélérateurs, le terme γ^2 déplace la fréquence de plusieurs ordres de grandeur. Par exemple, pour E = 6 GeV (energie de l'ESRF, centre européen de rayonnement synchrotron à Grenoble), $\gamma \cong 1.2\ 10^4$ et, pour λ_o = 3 cm, λ = 1 A° (c'est à dire dans les rayons X : c'est précisément ce genre de considérations qui a présidé au choix de l'energie de la machine).

Calculons maintenant de manière plus complète cet effet Doppler relativiste car le résultat précédent est juste, mais ne nous renseigne pas sur la dépendance angulaire du rayonnement. Pour ceci, on calcule d'abord la période apparente de l'onduleur dans le réferentiel où l'électron est immobile, en supposant que la vitesse longitudinale de l'électron n'est pas modifiée lorsqu'il est dans l'onduleur (cette hypothèse n'est vérifiée que pour les très petits mouvements transverses et ne doit pas être adoptée dans le cas général, comme on le verra par la suite. Cependant les conclusions ci-dessous restent valables). On en déduit la fréquence à laquelle l'électron vibre transversalement dans son réferentiel. Il émet un rayonnement dipolaire (d'antenne) à cette fréquence. On revient alors dans le réferentiel du laboratoire pour trouver les propriétés du rayonnement pour l'observateur. On utilise les formules de la transformation de Lorentz, d'abord pour les coordonnées, puis pour la lumière.

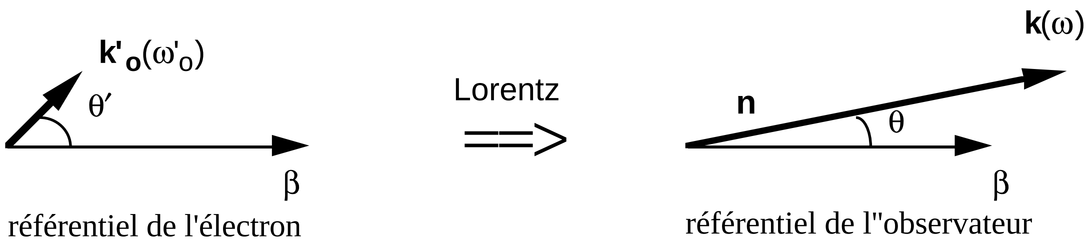
(1) Par la transformation de Lorentz des coordonnées on trouve immédiatement (contraction des longueurs) que la période de l'onduleur dans le référentiel de l'électron est : $\lambda'_o = \lambda_o / \gamma$ l'électron oscille donc à la fréquence :

$$\nu_e = v\frac{\gamma}{\lambda_o}$$

il émet (rayonnement d'antenne), à cette fréquence, de la lumière de longueur d'onde :

$$\lambda''_o = \frac{c}{\nu_e} = \frac{c\lambda_o}{v\ \gamma} \cong \lambda'_o \quad \text{et de vecteur d'onde :} \quad K'_o = \frac{2\pi\gamma}{\lambda_o}$$

(2) On effectue maintenant une transformation de Lorentz de la lumière, afin de determiner ses caractéristiques dans le référentiel de l'observateur. Celle-ci s'effectue sur le quadri-vecteur (**K**, iω/c) de la même manière que sur le quadri-vecteur espace temps (**r**, ict).



Le vecteur **n** est la direction d'observation dans le référentiel du laboratoire de la lumière de vecteur d'onde **K** et de pulsation ω. Le vecteur **n** fait un angle θ avec l'axe de la trajectoire (θ est le seul paramètre à considerer pour le calcul de **K** et ω, ce n'est pas vrai pour l'énergie émise). **K** et ω dépendent de θ. En appliquant la transformation de Lorentz au quadrivecteur $\left(\overrightarrow{K'}_o,\ i\,\frac{\omega'_o}{c}\right)$ on trouve :

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_o' &= \gamma\omega\left(1 - \vec{n}\,\vec{\beta}\right) \\ K'_{o/\!/} &= \gamma\left(K_{/\!/} - \beta\,\frac{\omega}{c}\right) \\ K'_{o\perp} &= K_{\perp} \end{aligned}}$$

D'où

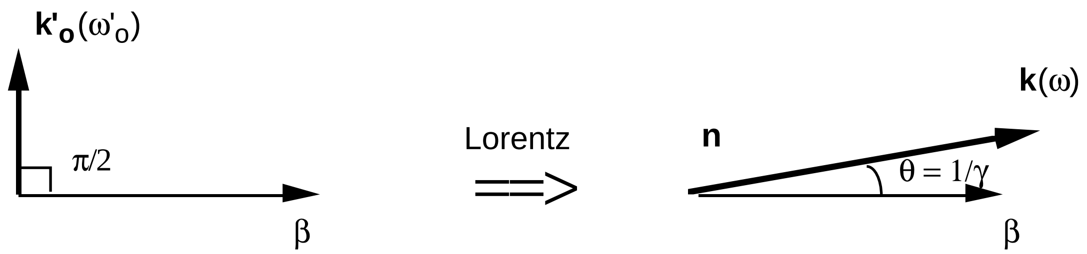
$$\boxed{\omega = \frac{\omega_o}{1 - \beta \cos \theta}}$$

$$\frac{\sin \theta}{\gamma\left(\cos \theta - \beta\right)} = \mathrm{tg}\ \theta'$$

On voit que pour $\theta' = \frac{\pi}{2}$

$$\cos \theta = \beta \qquad \text{soit} \quad 1 - \frac{\theta^2}{2} = \beta \Rightarrow \frac{\theta^2}{2} = 1 - \beta$$

$$\Rightarrow \frac{\theta^2}{2} \cong \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta} \cong \frac{1}{2\gamma^2} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\boxed{\theta \cong \frac{1}{\gamma}}}$$



référentiel de l'électron

référentiel de l''observateur

Donc environ la moitiée de l'énergie émise est concentrée dans un cône d'ouverture $\theta_{1/2} = 1/\gamma$

ex : E = 500 MeV => $\gamma \cong 10^3$ $\theta_{1/2} \cong 1$ mrad

La fréquence peut s'écrire :

$$\boxed{\omega \cong 2\gamma^2\omega_o / \left[1 + \gamma^2\ \theta^2\right]}$$

ω varie très rapidement avec l'angle d'observation, par exemple :

$$\omega\left(\theta = 1/\gamma\right) = \frac{1}{2}\,\omega\left(\theta = o\right)$$

Ces propriétés sont typiques du rayonnement émis par des particules ultra-relativistes . Dans tous les cas (synchrotron, Cerenkov, de transition, etc...), il est contenu dans un cône $1/\gamma$ et la fréquence varie très rapidement avec l'angle d'observation, car ces caractéristiques sont indépendantes de la source.

Cette dépendance en 1/ γ produit un faisceau extrêmement collimaté ($\gamma > 5000$ sur les machines récentes) ce qui est un des interêts majeur du rayonnement synchrotron. Si l'on ajoute que l'on sait maintenant réaliser des tailles de source (taille transverse du faisceau) de l'ordre de quelques dizaines de micromètres et concentrer le flux dans une bande spectrale étroite (voir § suivant), on voit que le rayonnement synchrotron constitue une source de brillance exceptionnelle, comparable à celles des lasers (lesquels n'existent d'ailleurs pas dans le domaine des rayons X)

I - b : Largeur spectrale du Rayonnement :

Il est très important de se rappeler que la distribution spectrale d'une onde ou d'un paquet d'onde (c'est à dire d'une distribution temporelle quelconque du champ électromagnétique) est donnée par sa transformée de Fourier :

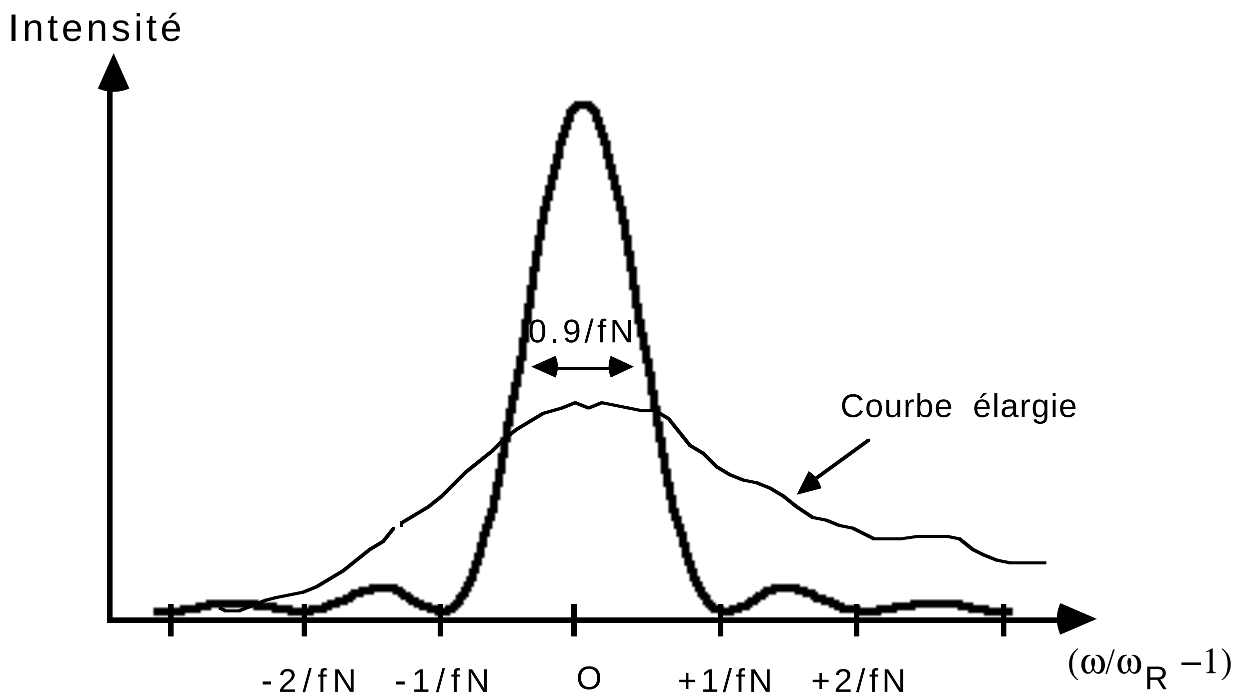
$$\boxed{E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\infty} E(t)\, e^{-i\omega t} dt}$$

On suppose que l'on a une onde plane à la fréquence ω_r : $E(t) = E_0.\exp\{i(\omega_r\, t - k_r\, z)\}$

Dans le cas de l'onduleur, le champ électrique est constitué d'un train d'onde de N périodes de fréquence $\omega_r = 2\gamma^2.(2\pi c/\lambda_O)$. On intègre entre -L/2c et L/2c (avec $L = N\,\lambda_r$) et :

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = I_o \frac{\sin^2[\alpha]}{[\alpha]^2}} \qquad \text{où : } \alpha = \pi N \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \text{ et } \Delta\omega = (\omega - \omega_r)$$

La distribution en fréquence est ainsi une fonction centrée sur ω_r et de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega/\ \omega_r \cong 1/N$. Si le train n'est pas sinusoïdal, on voit apparaître une série d'harmoniques aux fréquences multiples de $\omega = f\omega$, où f est un entier impair, et de largeur spectrale = 1/fN. En pratique, celle largeur n'est conservée que si l'émittance du faisceau est suffisamment faible, ce qui est le but des machines dites de » 3ème génération », telles ESRF ou SOLEIL : dans ce cas, on peut travailler au moins jusqu'au 3ème harmonique sans élargissement spectral notable. Cette largeur spectrale réduite, qui aboutit à concentrer le flux dans une bande spectrale étroite, est un des autres interêts majeurs du rayonnement synchrotron émis par les onduleurs.

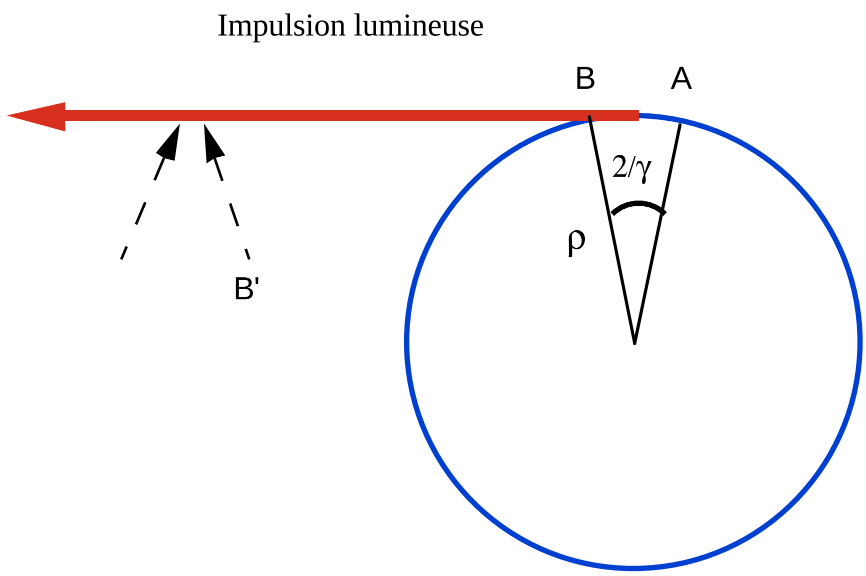


Si l'on avait une sinusoïde quasi-infinie, la distribution en fréquence serait proche d'une fonction δ. La réciproque est vraie : une impulsion très courte va produire un spectre en fréquence très large, quasiment "blanc". Ce dernier cas n'est pas théorique, il correspond au rayonnement émis dans un aimant de courbure : la particule étant déviée, l'observateur la voit pendant un temps extrêmement bref, ce qui explique que son spectre soit très large. En ce sens le rayonnement émis par un dipôle correspond à un petit morceau d'onduleur, inférieur à une période. Le rayonnement émis par les onduleurs est beaucoup plus interessant que celui émis par les dipôles car il est concentré dans une bande spectrale relativement étroite. On va estimer maintenant la largeur spectrale et la longueur d'onde du rayonnement émis par un dipôle de manière qualitative.

I - c : <u>Rayonnement émis sur une orbite circulaire</u> :

La situation est un peu plus compliquée dans ce cas. Cependant l'électron émet une impulsion de lumière extrêmement courte, toujours à cause de l'effet Doppler. En analysant le contenu en fréquence de cette impulsion, par analyse de Fourier, on va estimer la distribution spectrale du rayonnement et trouver la longueur d'onde centrale émise, λ_c, souvent appelée improprement "critique" par le raisonnement qualitatif suivant :

L'hypothèse centrale (vérifiée) est que la transformation relativiste des angles fait que (comme dans le cas de l'onduleur) l'émission a lieu dans un cône d'ouverture : $\theta_{1/2} \approx 1/\gamma$



Donc l'observateur reçoit de la lumière provenant de l'arc de longueur :

$$\Delta x \approx 2\rho/\gamma$$

Calculons la durée de l'impulsion de lumière

Entre A et B l'électron a mis le temps $\delta t = \frac{\Delta x}{v}$

Sa lumière émise en A a parcouru la distance : $c\, \delta t = c \frac{\Delta x}{v}$

Cette lumière est donc en avance sur l'électron. Si on la saisit lors de sa propagation la lumière émise en A se trouve en A', devant celle émise en B, en B'. La durée de l'impulsion lumineuse est égale à A'B'/c, soit :

$$\Delta t = \frac{1}{c} (c\, \delta t - \Delta x) \cong \Delta x \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c}\right) \cong \frac{\rho}{c\gamma^3}$$

Le contenu spectral de l'impulsion est sa transformée de Fourier dans l'espace des fréquences. Pour simplifier, on suppose que l'impulsion est de forme Gaussienne de largeur temporelle à mi-hauteur = Δt. La distibution en fréquence est alors également une Gaussienne dont on peut aisément calculer la largeur $\Delta \upsilon$. Ces largeurs sont liées par la relation :

$$\Delta \upsilon\, \Delta t \approx 1 \qquad ==> \qquad \Delta\nu = c\gamma^3 / \rho$$

(c'est, d'ailleurs, la relation de Heisenberg pour un paquet d'ondes)

en assimilant $\Delta\upsilon$ à la fréquence centrale il vient :

$$\lambda_{\mathbf{c}} \approx \rho \,/\, \gamma^{\mathbf{3}}$$

<u>exemple</u> : $\rho = 3$ m E = 1.5 GeV ($\gamma = 3.10^{3}$) => $\lambda_c \cong 1$ Å

Lorsque l'on a un faisceau composé de paquets contenant un grand nombre d'électrons, la longueur de l'impulsion vue par l'observateur, n'est plus de 1 Å, mais égale à la longueur du paquet. Cependant, si les électrons sont distribués au hasard dans le paquet, on peut montrer que cette distribution spectrale est inchangée. Sinon, on a affaire aux effets collectifs qui seront traités plus loin, mais ils sont peu importants dans le cas du rayonnement d'aimants de courbures.

La définition usuelle est $\lambda_c = \frac{4\pi\rho}{3\gamma^3}$, mais elle est arbitraire car cette longueur d'onde n'a rien de "critique" au sens physique du mot elle exprime seulement approximativement la position à laquelle se situe le maximum d'émission. La largeur du spectre est du même ordre de grandeur que la fréquence centrale, c'est pourquoi l'on dit usuellement qu'il est "blanc". Cependant, on ne peut guère utiliser le rayonnement à des longueurs d'onde notablement plus basses que la longueur d'onde critique, c'est pourquoi on est amené à augmenter l'energie si l'on veut des énergies de photon plus élevées que hc/ λ_C. On voit également sur les exemples (réalistes) précédents que si l'on veut la même longueur d'onde sur le premier harmonique d'un onduleur que la longueur d'onde critique que l'on aurait avec un dipôle, on est amené à augmenter l'énergie de la machine : Les machines X récentes ont des énergies > 4 GeV.

La polarisation du rayonnement peut être déduite des considérations précédentes :

- La polarisation du rayonnement onduleur est linéaire.
- La polarisation du rayonnement émis par un dipôle (horizontal) dépend de l'angle d'observation (vertical). Considérons un mouvement non relativiste : si l'on se place au niveau de la trajectoire on "voit" un champ électrique linéaire; si l'on se place à la verticale on "voit" un champ circulaire. Pour un mouvement relativiste, on aura donc une polarisation linéaire dans le plan de la trajectoire et circulaire gauche (ou droite) à l'angle d'observation $1/\gamma$ (ou $-1/\gamma$) correspondant à la transformation par effet Doppler de l'angle $\pi/2$ (ou $-\pi/2$)

II : Rayonnement cohérent et incohérent

Le faisceau d'électrons est constitué d'un ensemble de particules qui emettent chacune de la lumière. Pour obtenir la puissance rayonnée il faut additionner les champs électriques reçus de toutes les particules pendant 1 seconde.

$$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^{N_e} \vec{E}_i(\omega) = \sum_{i=1}^{N_e} \vec{E}(\omega)\, e^{j\varphi_i}$$

Dans le cas général, le rayonnement est incohérent c'est-à-dire que les φ_i sont aléatoires. Donc, le champ est nul en moyenne. Mais sa variance statistique n'est pas nulle : pour chaque tirage aléatoire des phases ("marche au hasard"), il existe un résidu de champ électrique proportionnel à la racine carrée du nombre d'électrons. Or, d'une part ce "résidu" n'est absolument pas négligeable, vu le grand nombre d'électrons. D'autre part, même s'il est nul en moyenne, ce champ a une influence sur les systèmes physiques, lesquels vont être sensibles à l'**intensité moyenne**. L'intensité étant égale au carré du champ, on va donc sommer uniquement des quantités positives pour obtenir sa moyenne, laquelle n'est donc pas nulle. Mathématiquement :

$$\vec{E}_T = 0 \quad \text{à } \sqrt{N_e} \text{ près (marche aléatoire)} \quad \text{soit } \langle \vec{E}_T \rangle = \sqrt{N_e}$$

$$|\vec{E}_T|^2 = N_e \quad \text{à } \sqrt{N_e} \text{ près}$$

et

$$\frac{\partial^2 P}{d\Omega d\omega} = N_e \frac{\partial^2 W}{d\Omega \partial\omega}$$ où N_e est le nombre d'électrons/sec, soit $N_e = I/e$

Ceci est le résultat usuel pour le rayonnement "incohérent", celui-ci est simplement proportionnel au nombre d'électrons, c'est-à-dire au courant. Ce résultat n'est donc pas aussi trivial qu'il peut paraître. Il repose sur des hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées, mais dont on peut admettre qu'elles le sont dans les anneaux de stockage. Ceci appelle les remarques suivantes :

- Le rayonnement synchrotron est donc du bruit, dû à la répartition aléatoire des électrons dans la paquet (il est d'ailleurs souvent appelé ainsi dans les articles traitant des LEL). Mais cette émission n'est pas toujours (classiquement) "bruyante" car N_e (et donc $\sqrt{N_e}$) est très grand. Elle est (quantiquement) "bruyante" seulement à cause de la nature granulaire de l'énergie émise (photons). Ainsi un électron effectuant un tour dans un anneau à une certaine probabilité d'émettre 0,1,2... photons (de l'ordre de quelques unités en pratique). Si l'on observe le rayonnement synchrotron dans une bande d'énergie suffisamment étroite pour qu'elle corresponde à l'émission de seulement quelques photons pour l'ensemble du paquet à chaque passage dans l'aimant où on l'observe, on verra effectivement un signal bruyant : sur un oscilloscope l'impulsion correspondant à chaque passage aura une hauteur variable et aléatoire, la moyenne étant égale à la valeur donnée par le calcul classique : cependant, il est alors difficile de séparer ce bruit intrinsèque du bruit dû à la detection d'un faible signal.

- Bien qu'appelé "incohérent" ce rayonnement peut présenter des propriétés de cohérence optique (cohérence temporelle $\lambda^2/\Delta\lambda$, spatiale : étendue de faisceau = $\Delta S \ \Delta\Omega$). C'est le cas du rayonnement synchrotron, et c'est ce qui en constitue l'un de ses interêts principaux

- Aux longueurs d'ondes plus grandes que le paquet d'électrons toutes les ondes sont en phase; par exemple, dans un onduleur on voit bien que 2 électrons situés au même endroit (à une fraction de λ près) vibrent en phase. On a alors émission cohérente et l'émission devient alors proportionnelle au carré du nombre d'électrons N_e^2. Comme $N_e \cong 10^8 - 10^{10}$ cet effet peut être considérable. C'est le cas de tous les amplificateurs-oscillateurs (klystrons, gyrotron, laser à électrons libres. Un autre exemple est constitué par le fait que dans un accélérateur un paquet à tendance à émettre des ondes radio-fréquences dans les cavités parasites formées par la chambre à vide (effet de sillage) : même si la probabilité de cet effet est faible, comme il est proportionnel au carré du nombre d'électrons aux grandes longueurs d'onde (radiofréquences), il peut perturber notablement le paquet. Remarquons aussi que dans le cas de paquets isolés d'électrons la cohérence optique n'est pas forcément très grande, par exemple le spectre émis peut être "blanc" **(d'où la confusion regrettable entre la "cohérence" optique et la "cohérence" comme mode d'émission)**.
-

Le laser à électrons libres correspond au cas où tous les électrons sont en phase pour une longueur d'onde particulière : dans ce cas les électrons sont répartis en une suite de micro-paquets séparés de la valeur de cette longueur d'onde. Cette modulation se produit « spontanément », si les conditions idoines sont réunies. Le détail des processus sort du cadre de cette introduction au rayonnement synchrotron.