
Analisi Matematica (4UD)

Diario, a.a. 2001/02

25/9/01 (2 ore G. Greco)

Introduzione alle due UD di Analisi matematica (obiettivi e metodo). Richiami e complementi su \mathbb{R}^n . Esercizio su gradi di libertà.

Vedi note sul Calcolo differenziale (cap. 1, pag. 1)

27/9/01 (2 ore M.P. Moschen)

Richiami sulle definizioni di equivalenza asintotica e di confronto asintotico di funzioni (par.11.1 di E. e A.). Svolgimento dell'esercizio 5 parte (c) del par. 11.2 di E. e A. Esercizi consigliati: 1,2,3 del par.11.2 di E. e A.

1/10/01 (2 ore G. Greco)

Esercizi sui sottospazi di $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k$ che sono grafici di funzioni da \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^k (*Vedi note sul Calcolo differenziale, cap. 1, pag 1*). Costruzione (mediante sviluppo binario) di una corrispondenza tra numeri reali e punti di un quadrato. Commenti su dimensione e grado di libertà (= numero minimo di parametri necessari per "individuare" un sistema)

Prodotto scalare, ortogonalità, complemento ortogonale ed esercizi. Verifica di $\text{Lin}W = W^{\perp\perp}$ (*Vedi note sul Calcolo differenziale, cap. 1, pag 2*)

2/10/01 (2 ore M.P. Moschen)

Proprietà delle relazioni \sim e \ll (par.11.1 di E. e A.). Svolgimento degli esercizi 5(a-b-d-e-f),7 del par.11.2 di E. e A. e degli esercizi 2,3,6,8 del par.11.3 di E. e A. Esercizi consigliati: 6 del par.11.2 di E. e A. e 1,4,5,7,9 del par.11.3 di E. e A.

2/10/01 (2 ore G. Greco)

Esercizi su equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^n (*vedi note sul Calcolo differenziale, cap. 1, pag 2*).

Norma euclidea. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Convergenza di successioni; es. limite del prodotto di una successione numerica infinitesima per una successione limitata.

Continuità (definizione tramite successioni). Es. continuità della norma, del prodotto scalare, dell'addizione, del prodotto per scalari. Conseguenza importante: convergenza di una successione x_m tramite la convergenza delle componenti di x_m .

Due definizioni equivalenti di limite: mediante successioni e con $l'\varepsilon - \delta$. Dimostrazione dell'equivalenza.

Vedi note sul Calcolo differenziale (cap. 1, pag. 3)

4/10/00 (2 ore M.P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 1,2,3,4,6,10(a-b-e),11(a-c-d) del par.11.4 di E. e A. Esercizi consigliati: 7,8,9,10(d) e 12 del par.11.4 di E. e A.

5/10/01 (2 ore G. Greco)

\mathbb{R}^n : modello della Geometria Elementare (e non il viceversa !). Uso del sistema di riferimento cartesiano per tradurre fatti di Geometria Elementare (es. punti, distanza, punto medio, segmento, parallelogramma, angolo, parallelismo) in fatti riguardanti \mathbb{R}^n . Coordinate di punti e di segmenti orientati.

Es. visualizzare in Geom. Elem. l'insieme $\{x \in \mathbb{R}^n : \langle x - x_0, v \rangle \leq 0\}$, l'insieme $M + v$ (dove $M \subset \mathbb{R}^n$ e $v \in \mathbb{R}^n$) e l'equivalenza " $v_n \rightarrow v$ " \iff " $\|v_n\| \rightarrow \|v\|$ e $\widehat{v_n v} \rightarrow 0$ ".

Traduzione e dimostrazione vettoriale di proprietà della Geometria Elementare: quali il teorema di Pitagora, il teorema di Talete, il teorema di Carnot, e l'equivalenza "un parallelogramma è un rombo se e solo se le sue diagonali sono perpendicolari".

Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap. 1, pag. 5-7).

8/10/01: (2 ore M.P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 13,14(a-b),15 del par.11.4 di E. e A. Svolgimento degli esercizi 1 e 2 della I provetta di An. Mat. della 4 U.D. dell'anno acc.00-01. Esercizi consigliati: 14(c), del par.11.4 di E. e A.

11/10/01 (2 ore G. Greco)

Esercizi svolti da studenti: (a) determinazione delle coordinate dei punti di un parallelogramma della geom. elem.; (b) determinazione delle coordinate dei punti di un triangolo della geom. elem.; (c) parametrizzazione delle rette.

Convessi, funzioni convesse, combinazioni convesse. Rette, sottospazi affini e combinazioni affini.

Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.1, pag. 9-10).

12/10/01 (2 ore 1^a verifica scritta)

Ore per la verifica: 11.00-13.00

Studenti presenti: 34 (di cui 1 non ha consegnato)

Ore impiegate per la valutazione delle provette: 10

Risultati messi in rete: la mattina del 13/10/01

15/10/01 (2 ore G. Greco)

Correzione esercizi della provetta del 12 ottobre.

Dalla derivabilità alla differenziale. Derivata di curve e significato geometrico tramite convergenza di semirette.

Differenziabilità di funzioni scalari di più variabili. Gradiente, derivate parziali e direzionali; significato geometrico delle derivate direzionali. Teorema del differenziale totale.

Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.2, pag. 1, 3, 5)

16/10/01 (2 ore M. P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 1(a,b,c),2(a,b),3,4 del paragrafo 11.5 di E. e A.

18/10/00 (2 ore G. Greco)

Funzioni scalari: due modi di definire la differenziabilità;

Conseguenze: calcolo delle derivate di funzioni composte; calcolo delle derivate direzionali. Gradiente espresso mediante le derivate direzionali.

Ortogonalità del gradiente agli insiemi di livello. Es. calcolo del vettore "ortogonale" al grafico di una funzione.

Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.2, pag. 3, 7)

22/10/01 (2 ore, G. Greco)

Gradiente e direzione di massima crescita . Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.2, pag. 7)
Es. 4 della provetta del 10/Nov/00 (esercizio su calcolo del gradiente, mediante il solo significato geometrico; in particolare, gradiente nullo dedotto dall'ortogonalità del gradiente agli insiemi di livello)
Dalla derivabilità di curve al significato geometrico della differenziabilità di funzioni vettoriali.
Differenziale e matrice jacobiana. Due modi di definire la differenziabilità.
Righe della matrice jacobiana di $f =$ gradienti delle componenti di f .
Colonne della matrice jacobiana di $f =$ derivate parziali di f .
Differenziabilità delle funzioni composte.
Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.2, pag. 4)
Es. Derivabilità di curve e differenziabilità di funzioni scalari viste come differenziabilità di funzioni vettoriali.

23/10/01 (2 ore M. P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 5,6,9,16,17,18,19(a) del paragrafo 11.5 di E. e A. Esercizi consigliati 7,8,10,11,12,13,14,15 del paragrafo 11.5 di E. e A.

25/10/01 (2 ore G. Greco)

Derivate direzionali di ordine qualsiasi.
Funzioni di classe $C^1, C^2, \dots, C^\infty$
Teorema di Schwarz sull'inversione delle derivate direzionali.
Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.2, §5-6, 10)
PB delle primitive: data g trovare f tale che $\nabla f = g$
Condizioni necessarie per l'esistenza per il PB delle primitive.
Esercizi di avvio per il calcolo delle primitive
Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.3 §1)

29/10/01 (1+ $\frac{1}{2}$ ore G. Greco)

Forme differenziali esatte e PB delle primitive.
Esattezza e invarianza degli integrali di linea delle forme differenziali.
Forme differenziali chiuse e teorema di Poincarè su insiemi stellati.
Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.3 §2-4)

29/10/01 ($\frac{1}{2}$ ora M. P. Moschen) Svolgimento degli esercizi 1(a,b,c,d) del paragrafo 11.6 di E. e A.
Esercizi consigliati 1(e) del paragrafo 11.6 di E. e A.

30/10/01 (2 ore M. P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 2(d), 3,4,6 del paragrafo 11.6 di E. e A. Esercizi consigliati 2(a,b,c) del paragrafo 11.6 di E. e A.

5/11/01 (2 ore M. P. Moschen)

Svolgimento degli esercizi 5,8 del paragrafo 11.6 e degli esercizi 7,10 del paragrafo 11.5 di E. e A.

6/11/01 (2 ore G. Greco)

Teorema del valor medio di Lagrange. Formula di Taylor per funzioni scalari di più variabili e differenziale secondo. Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.3 §3,6)
Condizioni sufficienti per la differenziabilità: teorema del differenziale totale (commento sulla dimostrazione)
Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.3 §5)

E condizioni necessarie per la differenziabilità di funzioni scalari (continuità, linearità delle derivate direzionali, esistenza dell'iperpiano tangente). •NB1: grafico delle derivate direzionali in un punto e iperpiano tangente •NB2: iperpiano tangente e perpendicolare al grafico •NB3: l'angolo, formato dalle semirette secanti con l'iperpiano tangente, tende a zero. Vedi note sul *Calcolo differenziale* (cap.3 §8)

8/11/01 (2 ore M. P. Moschen) Svolgimento degli esercizi 11,12 del paragrafo 11.5 di E. e A. e degli esercizi 2,4 dell'appello del 16/11/00, 3 dell'appello del 3/1/01,3 dell'appello del 10/7/01.

9/11/01 (2 ore 2^a verifica scritta)

Ore per la verifica: 11.00-13.00
Studenti presenti: 30 (di cui 1 non ha consegnato)
Ore impiegate per la valutazione delle provette: 6
Risultati messi in rete: la mattina del 11/11/01 alle 11h00

16/11/01 (1^o appello scritto)

Ore per la verifica: 9.00-11.00
Studenti presenti: 29 (di cui 4 non hanno consegnato)
Ore impiegate per la valutazione degli scritti: 6
Risultati messi in rete: alle 15h00 del 16/11/01

21/11/01 (1^o appello orale)

Ore impiegate per la valutazione: 6h30m (dalle 9.00 alle 15.30)
Studenti esaminati: 15 (in media, 26 minuti per studente)
Studenti con scritto fatto e orale da fare: 6

a.a. 2001/02: Regole per l'esame orale

1. sono ammessi coloro che hanno superato lo scritto nell'a.a. 2001/02 (non è praticata nessuna propedeuticità)
2. discussione orale: inizia su un argomento scelto dallo studente
3. durata: più o meno 20^m
4. variazione del voto rispetto allo scritto: da -2 a +3
5. in casi estremi lo studente è consigliato di ripresentarsi all'orale
6. registrazione esame: alla fine dell'esame orale (si presuppone che lo studente abbia accettato il voto e che non ci siano propedeuticità formali)