Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biomolecolari

MATEMATICA E STATISTICA I — Prova di esame del 13 Febbraio 2014

NOME	COGNOME	N. Matr.

DOMANDE: Dare una sola risposta per ogni domanda, senza giustificarla. La risposta corretta vale 1,5 punti.
ESERCIZI: Svolgere l'esercizio nel modo più completo possibile, giustificando i passaggi in modo chiaro.

Il compito è diviso in due parti. Per essere ammessi all'orale è necessario un punteggio complessivo di almeno 15, con almeno 5 punti nella prima parte e 10 nella seconda. Per poter accettare il voto dello scritto, senza sostenere l'orale, è necessario un punteggio complessivo di almeno 20, con almeno 7 punti nella prima parte e 13 nella seconda.

PARTE I

DOMANDA 1 La migliore funzione quadratica $f(x) = ax^2 + bx + c$, che approssima la funzione $f(x) = 2e^{\sin x}$, in $x = 0$, è

☐ $2x^2 + 2x + 1$ ☐ $2x^2 + x + 2$ ☐ $x^2 + 2x + 2$ ☐ $2x^2 + 2x + 2$

DOMANDA 2

$$\lim_{x \to 0^+} xe^x \quad \text{è}$$

☐ 0^+ ☐ 0^- ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

DOMANDA 3 Se $f(x) = x(2 - x)$ e $g(x) = x$, l'area della regione

$$\{g(x) \leq f(x),\ x \in [0, 1]\}$$

è

☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{\pi}{8}$ ☐ $\frac{\pi^2}{8}$

DOMANDA 4 La funzione

$$F(x) = \int_0^x s^2 e^{s^2} \cos s \, ds$$

è

☐ derivabile in $(-\infty, +\infty)$ ☐ non è derivabile in $x = 0$
☐ discontinua in $x = 0$ ☐ non si può sapere dove è continua.

ESERCIZIO 5 (4 punti)

Considerate la funzione $f(x) = \dfrac{e^x}{1 + e^{2x}}$, quindi:

1. trovate qual è il dominio della funzione;
2. trovate eventuali asintoti verticali e orizzontali;
3. calcolate la derivata di f e determinate gli intervalli di crescenza e decrescenza;
4. tracciate il grafico della funzione;
5. discutete al variare di k quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = k$.

PARTE II

DOMANDA 6 dato il set di numeri $x \equiv \{\ x_1,\ x_2,\ x_3\ \}$, allora, risulta necessariamente

☐ $M[x] \leq \sqrt{M[x^2]}$ ☐ $M[x] \geq \sqrt{M[x^2]}$

☐ $M[x] < \sqrt{M[x^2]}$ ☐ $M[x] > \sqrt{M[x^2]}$.

DOMANDA 7 Data l'equazione, $y'(x) = -\sin x\ y(x)$, quale di queste affermazioni è vera?

☐ se $y(0) > 0$ allora $y(x)$ esiste solo per $x \geq 0$ ☐ se $y(0) > 0$ allora $\lim_{x\to 0} y(x) > 0$

☐ se $y(0) > 0$ allora $\lim_{x\to 0} y(x) = 1$ ☐ se $y(0) > 0$ allora $y(1) = 0$

DOMANDA 8 La matrice

$$A \equiv \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}, \quad \text{con} \quad a \neq 0$$

☐ ha due autovalori reali ☐ non ha autovalori reali

☐ ha un solo autovalore $\lambda = a$ ☐ non ha autovalori.

ESERCIZIO 9 (5 punti)

Calcolate la retta di regressione e il coefficiente di Pearson relativi ai punti $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 4)$.

ESERCIZIO 10 (5 punti)

Trovare la soluzione della seguente equazione differenziale

$$y'(x) = -(1 + y(x))(3 - y(x)),$$

con la condizione iniziale $y(0) = 1$.

ESERCIZIO 11 (5,5 punti)

Considerata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 1 & \alpha & \alpha \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} ,$$

- trovate per quali valori di α è invertibile e calcolate la matrice inversa;
- assegnando ad α uno dei valori per i quali la matrice non è invertibile, scrivete l'equazione caratteristica;
- c'è qualcosa di prevedibile nel risultato precedente?