Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biomolecolari

MATEMATICA E STATISTICA I — Prova di esame del 25 Agosto 2014

NOME	COGNOME	N. Matr.

DOMANDE: Dare una sola risposta per ogni domanda, senza giustificarla. La risposta corretta vale 1,5 punti.
ESERCIZI: Svolgere l'esercizio nel modo più completo possibile, giustificando i passaggi in modo chiaro.

Il compito è diviso in due parti. Per essere ammessi all'orale è necessario un punteggio complessivo di almeno 15, con almeno 5 punti nella prima parte e 10 nella seconda. Per poter accettare il voto dello scritto, senza sostenere l'orale, è necessario un punteggio complessivo di almeno 20, con almeno 7 punti nella prima parte e 13 nella seconda.

PARTE I

DOMANDA 1 La migliore funzione lineare $f(x) = ax + b$, che approssima $f(x) = e^x \sin x$, in $x = \pi/2$, è

☐ $e^{\pi/2}(x+1)$ ☐ $e^{\pi/2}(x+1-\pi/2)$ ☐ $x+\pi/2$ ☐ $e^{\pi/2}(x+\pi/2)$

DOMANDA 2

$$\lim_{x\to 0^-} x \sin x \quad \text{è}$$

☐ 0^+ ☐ 0^- ☐ $+\infty$ ☐ indeterminato

DOMANDA 3 Se $f(x) = x(2-x)$, l'area della regione

$$\{(x,y) \mid x \in [0,2]\ ,\ -1 \le y \le f(x)\}$$

è uguale a

☐ $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{10}{3}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{\pi^2}{8}$

DOMANDA 4 La funzione

$$F(x) = \int_0^x (\sin s + \cos^2 s) e^{s^2}\ ds$$

è

☐ derivabile in $(-1,1)$ ☐ discontinua in $x = 0$
☐ crescente in $(-\infty,+\infty)$ ☐ decrescente in $(-\infty,+\infty)$.

ESERCIZIO 5 (4 punti)

Considerate la funzione $f(x) = \dfrac{e^x}{e^{2x} - 1}$, quindi:

1. trovate qual è il dominio della funzione;
2. trovate eventuali asintoti verticali e orizzontali;
3. calcolate la derivata di f e determinate gli intervalli di crescenza e decrescenza;
4. tracciate il grafico della funzione;
5. discutete al variare di k quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = k$.

PARTE II

DOMANDA 6 dato il set di numeri $x \equiv \{\ x_i,\ i = 1, \ldots, n\}$, allora, posto

$$y \equiv \{\ y_i = x_i - M[x],\ i = 1, \ldots, n\}$$

risulta necessariamente

☐ $M[y] > 0$ ☐ $M[y] < 0$

☐ $M[y] = 0$ ☐ $M[y] > M[x]$.

DOMANDA 7 Data l'equazione, $y'(x) = -x\ y(x)$, allora

☐ $\lim_{x \to +\infty} y(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to -\infty} y(x) = 0$ ☐ $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$ e $\lim_{x \to -\infty} y(x) = +\infty$

☐ $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$ e $\lim_{x \to -\infty} y(x) = 0$ ☐ $\lim_{x \to +\infty} y(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to -\infty} y(x) = +\infty$

DOMANDA 8 La matrice

$$A \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$$

☐ ha due autovalori reali ☐ non ha autovalori reali

☐ ha un solo autovalore reale ☐ non ha autovalori.

ESERCIZIO 9 (5 punti)

Calcolate la retta di regressione e il coefficiente di Pearson relativi ai punti $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$.

ESERCIZIO 10 (5 punti)

Trovare la soluzione della seguente equazione differenziale

$$y'(x) = 2x\ y(x) + x,$$

con la condizione iniziale $y(0) = 1$.

ESERCIZIO 11 (5,5 punti)

Considerata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ,$$

- trovate per quali valori di α è invertibile e calcolate la matrice inversa;
- calcolate gli autovalori al variare di α;
- c'è qualcosa di prevedibile nel risultato precedente?