Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biomolecolari

MATEMATICA E STATISTICA I, AA 2013/2014

PRIMA PROVA IN ITINERE
16 Ottobre 2013

NOME	COGNOME	N. Matr.

DOMANDE (2 punti): dare una sola risposta per ogni domanda, senza giustificarla.
ESERCIZI: rispondere alla domanda nel modo più completo possibile, giustificando i passaggi.

DOMANDA 1 L'insieme

$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 2 > 0 \right\} \cap (-\infty, +\infty)$$

è uguale a

☐ $(0,1)$ ☐ $\emptyset$ ☐ $(-\infty, +\infty)$ ☐ $(-\infty, 0)$.

DOMANDA 2 la funzione quadratica $f(x) = ax^2 + bx + c$, che passa per i punti $A \equiv (0,1)$, $B \equiv (1,2)$, $C \equiv (2,1)$,

☐ convessa ☐ ha un massimo positivo

☐ ha un minimo negativo ☐ è tale che $f(0) = 0$

DOMANDA 3 Ricordando che il limite $\lim_{x \to +\infty} \sin x$ non esiste, abbiamo che $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x}$

☐ non esiste ☐ è $L = +\infty$ ☐ è $L = 0$ ☐ è $L = 1$

DOMANDA 4 Quale delle seguenti funzioni è crescente e derivabile in $(-1, +1)$?

☐ $f(x) = 1 + x^8$ ☐ $f(x) = |x+1|(1 + x^2)$

☐ $f(x) = |x|(x^2 + 1)$ ☐ $f(x) = x^2 \sin(\pi x)$

DOMANDA 5 Considerate le funzioni

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x + 1}, \quad g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2}$$

abbiamo che, per $x \to +\infty$, le due funzioni

☐ convergono a limiti diversi ☐ convergono allo stesso limite con lo stesso ordine

☐ non convergono ☐ convergono allo stesso limite ma non con lo stesso ordine

ESERCIZIO 6 (10 punti)

Una fabbrica produce contenitori di forma cilindrica che costano 50 centesimi ciascuno, con un materiale che costa 10 euro al metro quadrato. La base del contenitore è costituita da un doppio strato di materiale. Determinate il massimo volume ottenibile.

ESERCIZIO 7 (10 punti)

Considerate la funzione $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$, quindi:

1. determinate il dominio naturale della funzione;
2. trovate eventuali asintoti verticali e orizzontali;
3. calcolate la derivata di f;
4. tracciate un grafico approssimativo della funzione;
5. discutete quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = k$ a seconda del valore di k.