Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biomolecolari

MATEMATICA E STATISTICA I, AA 2013/2014

TERZA PROVA IN ITINERE
10 Gennaio 2014

NOME	COGNOME x	N. Matr.

DOMANDE (2 punti): dare una sola risposta per ogni domanda, senza giustificarla.
ESERCIZI: rispondere alla domanda nel modo più completo possibile, giustificando i passaggi.

DOMANDA 1 Il fattore integrante per la risoluzione dell'equazione

$$y'(x) = \cos x \; y(x) + \sin x e^{x^2}$$

è

☐ $-\cos x$ ☐ $e^{-\sin x}$ ☐ $e^{\cos x}$ ☐ $e^{\sin x}$.

DOMANDA 2 La matrice

$$A \equiv \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{con} \quad a \neq 0$$

☐ ha due autovalori reali ☐ non ha autovalori reali

☐ ha un solo autovalore $\lambda = a$ ☐ non è invertibile.

DOMANDA 3 Data l'equazione, $y'(x) = 5y(x)$, quale di queste affermazioni è vera?

☐ se $y(0) > 0$ allora $y(x)$ esiste solo per $x \geq 0$ ☐ se $y(0) > 0$ allora $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$

☐ se $y(0) > 0$ allora $\lim_{x \to 0} y(x) = +\infty$ ☐ se $y(0) > 0$ allora $y(x) > 0$

DOMANDA 4 Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ allora la sua potenza A^n è

☐ $\begin{pmatrix} n & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & n \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 1 & n+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

ESERCIZIO 5 (11 punti)

Risolvete la seguente equazione differenziale

$$y'(x) = 2x^2 y(x) + x^2 y^4(x)$$

con la condizione iniziale $y(0) = 1$.

ESERCIZIO 6 (11 punti)

Considerata la matrice

$$A \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 3 \end{pmatrix} ,$$

- trovate per quali valori di β è invertibile e calcolate la matrice inversa;
- calcolate la matrice A^2 e trovate per quali β è anche invertibile;
- se ritenete il risultato precedente non sorprendente spiegatene il motivo.