COGNOME [ ] NOME [ ] Matr. [ ]

Complementi di Analisi Matematica

10 gennaio 2014

Esercizio 1 (8 punti)

Verificare che il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (\sin(yz) + z\exp(xz), zx\cos(yz), xy\cos(yz) + x\exp(xz) - 1)$$

è irrotazionale e calcolarne un potenziale.

Calcolare inoltre il lavoro del campo $\mathbf{F}$ lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\alpha(t) = (t, t^3, \pi t), \qquad t \in [0, 1].$$

Risultato: [ ]

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Si calcoli l'integrale triplo $\int\int\int_\Omega f(x,y,z)dxdydz$, dove $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ è la funzione definita da $f(x,y,z) = z(x+y)$, e $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ è l'insieme

$$\Omega := \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2+y^2}, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Si calcoli l'integrale di superficie $\int\int_\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{n}\, dS$, dove $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (1, x, y)$ e Σ è la superficie del triangolo in $\mathbf{R}^3$ di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$, orientata in modo tale che il versore normale $\hat{n}$ punti verso l'alto (cioé $\hat{n} \cdot k \geq 0$).

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Un'urna contiene 10 palline, numerate dall'1 al 10. Vengono effettuate 2 estrazioni.
Qual è la probabilità che i 2 numeri estratti siano in ordine strettamente crescente, nel caso in cui dopo la prima estrazione la pallina estratta venga reinserita nell'urna?
Qual è la probabilità che i 2 numeri estratti siano in ordine strettamente crescente, nel caso in cui dopo la prima estrazione la pallina estratta non venga reinserita nell'urna?

Risultato:

Calcoli: