COGNOME ______ NOME ______ Matr. ______

Complementi di Analisi Matematica

10 febbraio 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Verificare che il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(4x^3 + 4xy - 3y^3, 2x^2 - 9xy^2 - 3y^2\right)$$

è conservativo e calcolarne un potenziale. Calcolare quindi il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo la curva γ, grafico di

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3, \qquad x \in [0, 1]$$

Risultato: ______

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Sia Σ la superficie laterale di un tronco di cono, descritta da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, 1/4 \le x^2 + y^2 \le 1\}$$

Sia $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(x + z, y + z, x^2 + y^2\right)$$

Calcolare Il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso Σ, ovvero l'integrale di superficie $\int\int_\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{n}\, dS$, scegliendo il versore normale $\hat{n}$ che punta verso l'alto ($\hat{n} \cdot \hat{k} \ge 0$)

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Calcolare il massimo ed il minimo assoluti della funzione $f(x, y, z) = 2x - y + z$ ristretta alla superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 4\}$$

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Un cassetto contiene 10 calzini bianchi e 6 neri. Si estraggono a caso 2 calzini.

1. Calcolare la probabilità che i calzini estratti siano spaiati.
2. Sapendo che i calzini estratti sono entrambi dello stesso colore, qual è la probabilità che siano bianchi?

Risultato:

Calcoli: